

Problème d'entraînement MECA4

Application de l'effet Hall sur les orgues modernes

Exercice adapté d'un Centrale Supélec (TSI) et CCINP (TPC)

Descendant de la flûte de Pan, l'orgue a été inventé en « mécanisant » celle-ci il y a environ vingt-trois siècles. C'est au Moyen Âge que l'évolution technologique est importante, grâce à de nouvelles inventions comme :

- l'abrégé : un système mécanique permettant de jouer avec les doigts des mains ou avec les pieds, alors que la largeur de l'instrument est bien supérieure.
- la multiplication des claviers : manuels et pédalier.
- la registration pour programmer des familles de tuyaux que l'on veut faire entendre.
- le « buffet » pour protéger l'orgue de la poussière ou le cacher, dont la disparition pour des raisons économiques et esthétiques au début du XX^e siècle, mit en évidence les propriétés acoustiques.

Au XIX^e siècle, la facture d'orgue est marquée par le romantisme et la volonté de créer un instrument voisin des principes de l'orchestre. Cette mutation est rendue possible grâce à l'amélioration de alimentation en vent des tuyaux, et l'assistance pneumatique ou électrique de la transmission, système mécanique plus ou moins sophistiqué qui permet de commander la mise en marche sonore du tuyau via le clavier.

Ainsi l'orgue est à la croisée de l'art musical et de la physique, et la facture d'orgues d'aujourd'hui n'est pas étrangère aux technologies les plus avancées.

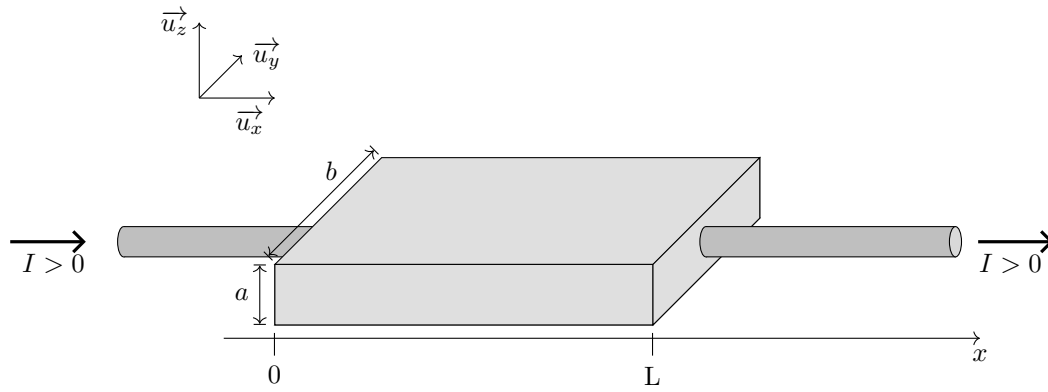
L'organiste est toujours préoccupé par le « toucher », il cherche à se faire plaisir en essayant de maîtriser la création du son. Pour cela, des capteurs ont été mis au point pour permettre de mieux apprécier l'enfoncement et la vitesse de la touche. Ils reposent sur un phénomène physique appelé l'effet Hall, qui est l'objet de cet exercice.

Partie I. Étude préliminaire : mécanisme de la conduction électrique

Avant d'aborder l'effet Hall, cette partie traite la physique du mécanisme de conduction électrique.

On considère une plaque conductrice parallélépipédique de largeur a , d'épaisseur b et de longueur L traversée par un courant d'intensité $I > 0$, uniformément réparti sur sa surface. Dans cette partie I, on considère qu'il n'y a qu'un seul type de porteurs de charge : des électrons de masse m et de charge $-e$ (= on exclut l'influence de tout autre type de porteurs de charge participant à la conduction), on note n_e leur densité volumique (= le nombre d'électrons par unité de volume).

On suppose que ces électrons ne sont pas relativistes et se déplacent à la même vitesse \vec{v}_e dirigé dans la direction de \vec{u}_x . Ils sont soumis à l'action d'un champ électrique $\vec{E} = E_0 \vec{u}_x$ responsable de leur mise en mouvement. On modélise les interactions des électrons mobiles avec le milieu lors de leur déplacement



Plaque conductrice.

par une force de frottement fluide $\vec{F}_f = -\alpha \vec{v}$, avec α un coefficient caractéristique du milieu. On néglige le poids des particules devant les autres forces.

- Q1. Que signifie l'expression « non relativiste » pour les électrons ?
 Q2. Montrer que l'intensité du courant s'écrit : $I = n_e e v_e a b$.
 Q3. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la vitesse \vec{v} d'un électron s'écrit :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} = -\frac{e}{m} \vec{E}$$

où on donnera l'expression de τ , qui représente le temps caractéristique entre deux chocs d'électrons sur le milieu.

Partie II. Approche qualitative de l'effet Hall

Dans cette partie, on étudiera deux types de porteurs de charge : des électrons et des porteurs de charge positive.

- Q4. Si les porteurs de charge sont des électrons de charge $q = -e$, quel est le sens de \vec{v} ?
 Q5. Même question si les charges des porteurs sont positives $q = +e$.

On place le volume dans un champ magnétique $\vec{B} = B_0 \vec{u}_y$ (où $B_0 > 0$) supposé uniforme à l'échelle de l'échantillon.

- Q6. Rappeler l'expression de \vec{F}_m , la partie magnétique de la force de Lorentz, s'exerçant sur une particule de charge q se déplaçant à la vitesse \vec{v} et plongée dans un champ magnétique \vec{B} .
 Q7. Calculer la puissance de cette force et commenter le résultat obtenu.
 Q8. En considérant la direction et le sens de la force exercée par le champ magnétique sur un porteur de charge, expliquer en quelques mots pourquoi on voit apparaître une tension entre les faces d'équations $z = 0$ et $z = a$ du parallélépipède.
 Q9. Faire deux schémas (en coupe dans un plan orthogonal à \vec{u}_y tel que \vec{u}_y « sort » de la feuille) indiquant le signe des charges apparaissant sur chaque face :
 — un schéma dans le cas où $q = -e$
 — un schéma dans le cas où $q = +e$
 Q10. Expliquer en pratique comment on peut simplement vérifier le signe des porteurs de charge avec un voltmètre.

Partie III. Approche quantitative de l'effet Hall, cas des électrons porteurs

On se place dans le cas où les charges mobiles sont des électrons, donc $q = -e$. On notera n_e leur densité volumique et \vec{v}_e leur vitesse.

On suppose qu'après un régime transitoire au cours duquel des charges ont commencé à s'accumuler sur l'une des faces, on atteint un régime permanent où la quantité de charges accumulées sur les faces ne varie plus, donnant lieu à la création d'un champ électrique de Hall uniforme entre les faces noté \vec{E}_H selon \vec{u}_z .

Par ailleurs les porteurs de charges mobiles ont repris leur mouvement d'ensemble à la vitesse \vec{v}_e uniforme et constante suivant (Ox) , l'intensité du courant électrique est toujours I .

- Q11. En utilisant la partie II, expliquer quel est le sens de \vec{E}_H .
- Q12. Établir, en s'intéressant au mouvement d'un porteur de charge, la relation $\vec{E}_H = -\vec{v}_e \wedge \vec{B}$.
- Q13. En projetant suivant (Oz) la relation précédente, donner l'expression de E_H en fonction de B_0 et v_e ; puis en fonction de B_0 , e , n_e , I et des dimensions du conducteur.
- Q14. On admet que $U_H = V(z = a) - V(z = 0) = - \int_{z=0}^{z=a} \vec{E}_H \cdot \vec{dl}$. Exprimer U_H , la tension de Hall.

Partie IV. Approche quantitative de l'effet Hall, cas des porteurs positifs

Dans le cas de semi-conducteurs « dopés N », les porteurs majoritaires sont des électrons de charge $-e$. Mais dans le cas de semi-conducteurs « dopés P », les porteurs majoritaires sont des « trous » de charge $+e$ et de densité volumique notée n_p . On notera leur vitesse \vec{v}_p .

- Q15. Reprendre les calculs précédents pour établir la nouvelle expression de U_H dans le cas d'un semi-conducteur dopé P en justifiant **soigneusement** les calculs.

Partie V. Applications numériques

- Q16. Dans le cas d'un conducteur comme le cuivre, les seuls porteurs sont des électrons. On suppose que dans le cristal chaque atome de cuivre libère un électron de conduction. En utilisant les données du tableau 1, calculer la tension de Hall U_H . Commenter la valeur obtenue.

Masse molaire atomique du cuivre	$M_{\text{Cu}} = 63,5 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
Masse volumique du cuivre	$\mu_{\text{Cu}} = 8,9 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
Constante d'Avogadro	$\mathcal{N}_a = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Charge élémentaire	$e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$
Champ magnétique	$B_0 = 0,1 \text{ T}$
Dimensions du conducteur	$a = 5,5 \text{ mm}, L = b = 0,2 \text{ mm}$
Intensité du courant	$I = 0,1 \text{ A}$

TABLE 1 – Données numériques

- Q17. Reprendre le calcul pour un semi-conducteur, comme le germanium, dopé N de sorte que $n_e = 7 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$. Conclure.