

TD SIG 2

Exercice 5:

Q1 a) L'onde réfléchie parcourt 2 fois la distance D en plus par rapport à l'onde perçue directement, soit $\tau = \frac{2D}{c}$

b) Comme il n'y a pas de déphasage lors de la réflexion sur le mur, on a :

$$\Delta\varphi_{r/d} = -2\pi f \cdot \tau = -\frac{4\pi f D}{c}$$

(déphasage de l'onde réfléchie par rapport à l'onde directe)

Ce déphasage est négatif car l'onde réfléchie est en retard sur l'onde directe.

c) Il peut y avoir atténuation de l'amplitude si les 2 ondes sont en opposition de phase au niveau de l'auditeur = interf. destructives. Cela se produit pour

$$|\Delta\varphi_{r/d}| = (2n+1)\pi \Leftrightarrow (2n+1)\pi = \frac{4\pi f D}{c}$$

$$\Rightarrow f = \frac{c}{4D} (2n+1) \text{ avec } n \text{ entier positif ou nul.}$$

le domaine audible s'étend de 20 à 20 000 Hz : $20 < f < 20\,000$

$$\text{d'où } 20 < \frac{c}{4D} (2n+1) < 20\,000$$

$$\text{soit } \frac{20}{2n+1} < \frac{c}{4D} < \frac{20\,000}{2n+1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2n+1}{20\,000} < \frac{4D}{c} < \frac{2n+1}{20}$$

$$\frac{(2n+1)c}{80\,000} < D < \frac{(2n+1)c}{80} \Rightarrow \text{condition d'interférences destructives.}$$

Donc si $D < \frac{c}{80\,000}$ alors on ne peut jamais avoir d'interférences destructives

Soit $D < 4,3 \cdot 10^{-3} \text{ m} \Rightarrow \text{pas réalisable en pratique !}$

Q2. a) lorsqu'il y a superposition de 2 ondes de même amplitude, l'onde résultante est d'amplitude $2A_0$

$$A_{dB} = 20 \log \left(\frac{2A_0}{A_{ref}} \right) = 20 \log \left(\frac{A_0}{A_{ref}} \right) + \underbrace{20 \log 2}_{= +6}$$

$$A_{dB} = A_{0,dB} + 6 \text{ dB.}$$

Sur la courbe, on lit $A_{max,dB} = 97 \text{ dB}$
 $\Rightarrow A_{0,dB} = \underline{91 \text{ dB}}$

d) les interférences destructives se produisent pour des fréquences telles que

$f = \frac{c}{4D} (2n+1)$ donc entre deux fréquences consécutives il y a l'écart :

$$\Delta f = \frac{c}{4D} (2(n+1)+1) - \frac{c}{4D} (2n+1) = \frac{c}{4D} (2n+2+1-2n-1)$$

$$\Delta f = \frac{c}{2D} \quad \Leftrightarrow \quad D = \frac{c}{2\Delta f}$$

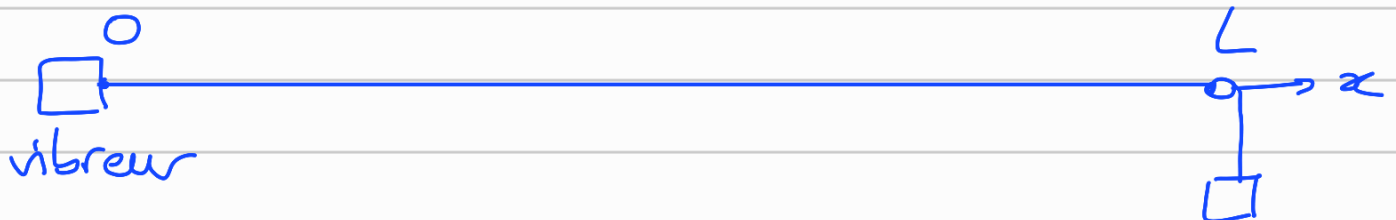
$$5,2 \text{ cm} \rightarrow 20000$$

$$4,8 \text{ cm} \rightarrow 9\Delta f$$

$$9\Delta f = \frac{4,8 \times 20000}{5,2} = 18482 \text{ Hz}.$$

$$\text{AN: } D = \frac{342}{2 \cdot 18482 / 9} = 8,3 \cdot 10^{-2} \text{ m} = \underline{\underline{8,3 \text{ cm}}}$$

Exercice 6 :



Q1. En $x=0$ la vibration de la corde est imposée par le vibreur:
 $y(0,t) = z(t) = z_0 \sin(\omega t)$

En $x=L$ la corde est fixée
contre la poulie $\Rightarrow y(L, t) = 0$.

Q2. Onde stationnaire (découplage des
variables x et t).

Q3. En $x=0$:

$$z_0 \sin(\omega t) = A \sin(\omega t + \varphi) \sin \psi \quad \forall t$$

$$\Rightarrow \omega t = \omega t + \varphi \quad \Rightarrow \varphi = 0$$

les 2 sinus ne sont égaux que
s'ils sont en phase $\Rightarrow \varphi = 0$ (ou $2p\pi$)

$$\text{Et } z_0 = A \sin \psi \quad \Rightarrow \quad A = \frac{z_0}{\sin \psi}$$

En $x=L$ on a la condition :

$$A \sin(\omega t) \sin(kL + \psi) = 0 \quad \forall t.$$

$$\Rightarrow \sin(kL + \psi) = 0 \quad \Rightarrow kL + \psi = p\pi$$

avec $p \in \mathbb{N} \quad \Rightarrow \psi = p\pi - kL$

$$\Rightarrow y(x, t) = \frac{z_0}{\sin \psi} \sin(\omega t) \sin(kx - kL + p\pi)$$

$$y(x, t) = \frac{z_0}{\sin \psi} \sin(\omega t) \sin(k(x-L) + p\pi)$$

le terme $p\pi$ n'a aucune importance, il fait
sortir un signe $\ominus$ du sinus s'il est impair.

$$\Rightarrow y(x, t) = \frac{z_0}{\sin kL} \sin(\omega t) \sin(k(x-L))$$

y_0

ql. $\sin(kL)$ est au dénominateur
 $\Rightarrow \sin kL = n\pi \Rightarrow$ l'amplitude y_0 devient très grande
 $\Rightarrow k_n = n \frac{\pi}{L}$

$$\text{or } k = \frac{\omega}{c} \Rightarrow k_n = \frac{\omega_n}{c}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow y_n(x, t) &= y_0 \sin\left(n \frac{\pi c t}{L}\right) \sin\left(n \frac{\pi}{L}(x-L)\right) \\ &= y_0 \sin\left(\frac{n \pi c t}{L}\right) \sin\left(n \frac{\pi x}{L} - n \pi\right) \end{aligned}$$

(le terme en $n\pi$ peut également être enlevé)

$$y_n(x, t) = y_0 \sin\left(\frac{n \pi c t}{L}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \pi x}{L}\right)$$

avec y_0 l'amplitude (qui diverge !)

On a négligé toute perte énergétique dans la corde. Or le vibreur donne sans cesse de l'énergie à la corde qui la stockerait sans perte dans ce modèle
 $\Rightarrow$ l'énergie de la corde divergerait, donc (l'amplitude de ses oscillations).

En pratique les frottements limitent cette amplitude.

Remarque: on retrouve les mêmes modes propres que pour la corde

excitée sans vibreur:

$x=0$ est un nœud de vibration alors que cette position est celle du vibreur qui excite la corde.

Comme l'amplitude des oscillations des modes propres est "infinie" l'excitation par le vibreur est très faible $\Rightarrow$ on l'assimile à un nœud.