SIG2 - TD

Exercices d'application directe du cours

Exercice n°1 Représentation de Fresnel

Sommer les signaux $y_1 = a_1 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$ et $y_2 = a_2 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$ avec $a_1 = 5A$ et $a_2 = 2A$.

Exercice n°2 La corde de Melde

Une corde AB de longueur L a son extrémité B fixe et son extrémité A actionnée transversalement par un vibreur de fréquence $f = 100\,\mathrm{Hz}$. La célérité des ondes transversales sur la corde est $c = 25\,\mathrm{cm{\cdot}s^{-1}}$.
On choisit l'origine O du repère au point B.

Q1. L'onde progressive sinusoïdale se propage de A vers B, dans le sens des x croissants. Dans le repère $(Oxyz)$, d'origine O choisie en B, l'équation horaire de O est $y_O(t) = a\cos(\omega t)$, a étant l'amplitude, supposée constante tout le long de la corde.
  (a) Donner l'équation horaire $y_M(t)$ d'un point M de la corde, d'abscisse x.
  (b) Déterminer la pulsation spatiale k et la longueur d'onde λ.

Q2. L'onde se réfléchit en B en subissant un déphasage φ. Pour simplifier, on prendra maintenant l'origine du repère en B.
  (a) Exprimer les élongations $y_{Bi}(t)$ due à l'onde incidente et $y_{Br}(t)$ due à l'onde réfléchie, et montrer que $\varphi = \pi$.
  (b) Pour un point d'abscisse x (négative), exprimer $y_{Mi}(t)$ et $y_{Mr}(t)$, puis l'élongation $y_M(t)$ résultant de la superposition des deux ondes. On donne :

$$\cos p - \cos q = -2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

  (c) Montrer que certains points, appelés « nœuds de vibration », n'oscillent pas du tout. Interpréter ce fait à l'aide de la notion de déphasage entre les ondes incidentes et réfléchies. Comment qualifier cette onde ?

Exercices ★

Exercice n°3 Interférences de 2 ondes sonores

On s'intéresse aux interférences d'ondes sonores produites par deux haut-parleurs identiques, HP1 et HP2, placés face à face, à distance d l'un de l'autre, et alimentés par la même tension sinusoïdale de fréquence $f = 1250\,\text{Hz}$. L'axe (Ox) passe par les centres des haut-parleurs ; le centre de HP1 est en $x = 0$ et le centre de HP2 en $x = d$. Un microphone M de petite dimension peut être déplacé le long de (Ox). On envoie sur un oscilloscope le signal du générateur alimentant les haut-parleurs et la tension u délivrée par le micro, le premier signal servant de source de déclenchement.

Q1. Lorsqu'on déplace le micro autour de la position médiane entre le haut-parleur, soit $x = \dfrac{d}{2}$, on observe que :

- l'amplitude de la tension u varie et passe successivement par des maxima et minima quasiment nuls, l'écart entre deux positions successives pour lesquelles l'amplitude est minimale étant constant et valant : $e = 13{,}8\,\text{cm}$;
- la phase de la tension u est fixe entre deux points où l'amplitude s'annule et elle change de π quand on passe par un de ces points.

(a) Quel phénomène ces observations évoquent-elles ?

(b) Pour modéliser la situation on suppose que les surpressions acoustiques $p_1(x,t)$ et $p_2(x,t)$ ont des amplitudes constantes le long de l'axe (Ox), toutes les deux égales à P_0, et qu'elles ont toutes les deux la même phase initiale φ au départ des haut-parleurs. Écrire les expressions de $p_1(x,t)$ et $p_2(x,t)$ en fonction de P_0, f , c célérité du son, φ, x et t.

(c) Obtenir une expression de la surpression $p(x,t)$ résultant de la superposition de ces deux ondes qui explique les observations ci-dessus. On donne :

$$\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

(d) Calculer la vitesse du son dans les conditions de cette expérience.

Q2. Lorsqu'on éloigne le micro de la position médiane entre les haut-parleurs les observations sont différentes. L'amplitude de la tension u augmente et diminue périodiquement mais ne passe plus par zéro. Elle devient de plus en plus grande au fur et à mesure que le micro s'approche d'un haut-parleur. La phase initiale de u dépend de la position x du micro : près de HP1, elle diminue avec x.

(a) Expliquer pourquoi on ne peut plus faire l'hypothèse que les ondes venant des deux haut-parleurs ont la même amplitude.

(b) Exprimer le déphasage $\Delta\varphi(x)$ entre ces deux ondes à l'abscisse x en fonction de d, c, f et x.

(c) En appelant A_1 et A_2 leurs amplitudes, exprimer l'amplitude $A(x)$ de l'onde résultante.

(d) Montrer que si on approche le micro près du haut-parleur HP1 : $A(x) \approx A_1 + A_2\cos(\Delta\varphi)$
On rappelle que pour $\varepsilon \ll 1$: $\sqrt{1+\varepsilon} \approx 1 + \dfrac{1}{2}\varepsilon$

(e) En s'appuyant sur une représentation de Fresnel, expliquer pourquoi la phase initiale de u diminue avec x près de HP1.

Exercice n°4 Interférences ultrasonores

On réalise une expérience d'interférences ultrasonores. La fréquence d'émission est égale à 40 kHz, ce qui correspond à la longueur d'onde $\lambda = 8{,}5\,\text{mm}$. Sauf à la question 7, les sources E_1 et E_2 émettent des ondes acoustiques en phase. On note O le point milieu du segment défini par les émetteurs distants de $a = 4\,\text{cm}$ et Ox l'axe situé sur la médiatrice de ce segment.

Q1. Faire une figure faisant apparaître les points O, E_1, E_2, et M pour un angle θ non nul, M étant situé du même côté de la médiatrice Ox que le point E_2.

Q2. Tracer l'arc de cercle de centre M passant par E_2, on note$H$ son intersection avec la droite E_1M. Que représente E_1H ?

Q3. Puisque $R \gg a$, on peut assimiler H et le projeté de E_2 sur E_1M. En déduire une expression du déphasage entre les ondes reçues en M en fonction de θ, λ et a.

Q4. Quelles sont, dans l'intervalle $[-30°, 30°]$, les valeurs de θ où l'on observe un maximum d'amplitude résultante ?

Q5. Sur l'intervalle d'étude précédent, quelles sont les positions où un minimum d'amplitude est attendu ?

Q6. Si les ondes reçues ont la même amplitude, quelle est la valeur de l'amplitude minimale prévue par la théorie ?

Q7. Le dispositif permet d'inverser le signal émis par l'un des émetteurs (ce qui revient à le déphaser de π).

(a) Quel est l'état d'interférences sur l'axe Ox ?

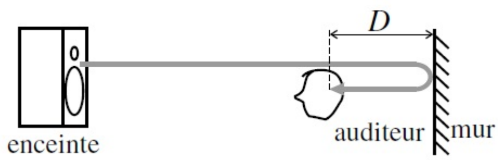
(b) Quelles sont les positions des nouveaux points de maximum et de minimum d'amplitude ?

(c) Qu'advient-il si l'on inverse également l'autre signal ?

Exercices ★ ★

Exercice n°5 Écoute musicale et interférences

La qualité de l'écoute musicale que l'on obtient avec une chaine hi-fi dépend de la manière dont les enceintes sont disposées par rapport à l'auditeur. On dit qu'il faut absolument éviter la configuration représentée sur la figure : présence d'un mur à distance D, trop courte derrière l'auditeur.



Q1. Comme représenté sur la figure, l'onde issue de l'enceinte se réfléchit sur le mur. On note $c = 342\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ la célérité du son dans l'air.

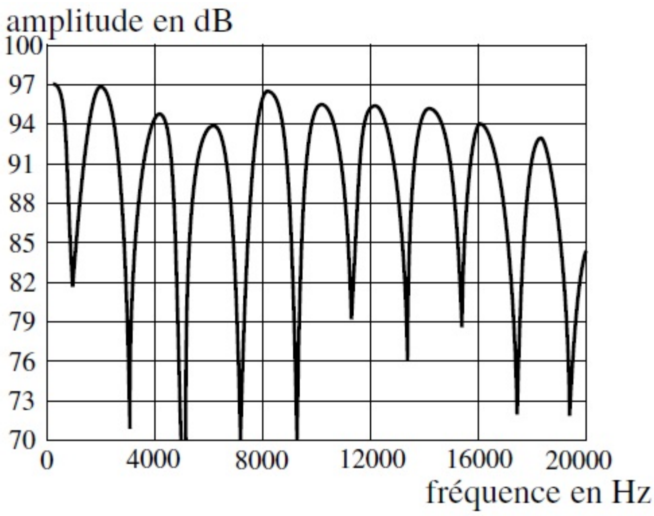
(a) Exprimer le décalage temporel τ qui existe entre les deux ondes arrivant dans l'oreille de l'auditeur : onde arrivant directement et onde réfléchie.

(b) En déduire le déphasage $\Delta\varphi$ de ces deux ondes supposées sinusoïdales de fréquence f . La réflexion sur le mur ne s'accompagne d'aucun déphasage pour la surpression acoustique, grandeur à laquelle l'oreille est sensible.

(c) Expliquer pourquoi il y a un risque d'atténuation de l'amplitude de l'onde pour certaines fréquences. Exprimer ces fréquences en fonction d'un entier n. Quelle condition devrait vérifier D pour qu'aucune de ces fréquences ne soit dans le domaine audible ? Est-elle réalisable ?

(d) Expliquer qualitativement pourquoi on évite l'effet nuisible en éloignant l'auditeur du mur.

Q2. La figure ci-dessous donne le résultat d'une expérience dans laquelle on a placé un micro, sensible à la surpression, à une certaine distance D du mur, puis envoyé un signal de fréquence variable et d'amplitude constante A_0. La courbe, d'allure très caractéristique, est appelée « courbe en peigne ». L'amplitude en décibels se définit par la relation : $A_{\text{dB}} = 20\log\left(\dfrac{A}{A_{\text{réf}}}\right)$ où $A_{\text{réf}}$ est une amplitude de référence.



(a) Lorsqu'il y a superposition de deux ondes de même amplitude A_0, quelle est, en décibels, l'augmentation maximale de l'amplitude ? Que peut-on dire de $A_{0,\text{dB}}$ au vu de la courbe ?

(b) Calculer numériquement la distance D.

Exercice n°6 Corde de Melde excitée par un vibreur

On considère une corde de Melde, délimitée par les abscisses $x = 0$ et $x = L$, excitée en $x = 0$ par un vibreur qui impose un déplacement vertical de l'extrémité gauche de la corde $z(t) = z_0 \sin(\omega t)$, où ω est la pulsation du vibreur et z_0 son amplitude. L'extrémité droite est fixe. On appelle $y(x, t)$ la hauteur de la corde par rapport à l'horizontale en x à l'instant t.

Q1. Quelles conditions aux limites a-t-on en $x = 0$ et $x = L$?

On suppose que la vibration est de la forme $y(x, t) = A\sin(\omega t + \varphi)\,\sin(kx + \psi)$, où A, ω, k, φ et ψ sont des constantes telles que $k = \omega/c$, avec $c =$ vitesse de propagation de l'onde.

Q2. De quelle sorte d'onde s'agit-il ?

Q3. Trouver les valeurs des constantes A, φ et ψ.

Q4. Pour quelles valeurs de k l'amplitude de la vibration devient-elle très grande ? Retrouver l'expression des modes propres :

$$y_n(x, t) = y_{0,n}\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\,\sin\left(\frac{n\pi ct}{L}\right)$$

Que dire de l'amplitude obtenue ? Pourquoi en pratique n'observe-t-on pas une telle amplitude ?