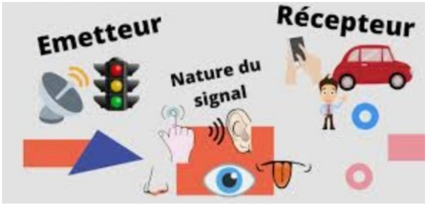
SIG1 : Propagation d'un signal

Les signaux sont partout autour de nous ! Petit quizz (niveau 6^{e} !!) ici :



Situation	Émetteur	Récepteur	Information	Nature du signal
n° 1 (exemple)				
n° 2				
n° 3				
n° 4				
n° 5				
n° 6				

Plan du cours

À savoir

✓ Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustiques et électromagnétiques.
✓ Connaître les relations entre la fréquence, la période, la pulsation, la longueur d'onde et vitesse de phase.

À savoir faire

✓ Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques.
✓ Prévoir dans le cas d'une onde progressive pure l'évolution temporelle à position fixée, et prévoir la forme à différents instants.
✓ Écrire les signaux sous la forme $f(t-\frac{x}{c})$ ou $F(x-ct)$ pour une onde se propageant dans le sens des x croissants / et $g(t+\frac{x}{c})$ ou $G(x+ct)$ pour une onde se propageant dans le sens des x décroissants.
✓ Établir et utiliser la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la vitesse de phase.
✓ Mesurer la vitesse de phase, la longueur d'onde et le déphasage dû à la propagation d'un phénomène ondulatoire.

I Onde progressive - signaux physiques

I.1 Définitions

Définitions

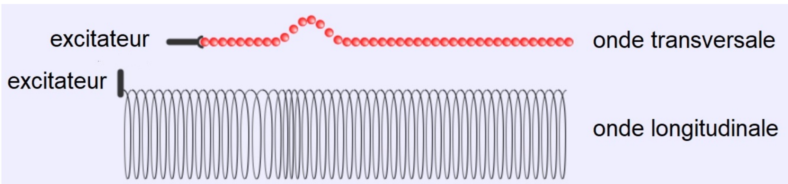
Perturbation : Modification locale et temporaire des propriétés d'un milieu.

Onde progressive : Phénomène physique dans lequel une perturbation se déplace dans l'espace.

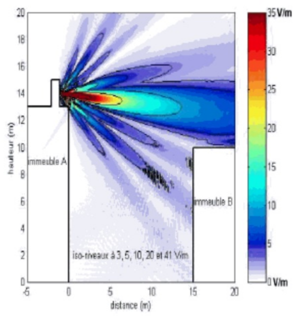
Signal : Grandeur physique mesurable dont la valeur varie lors du passage de la perturbation liée à une onde. On dit que le signal transporte l'information de l'onde, il la transmet au récepteur via un capteur.

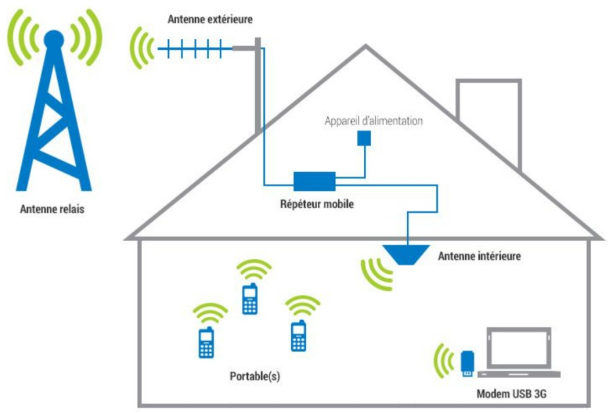
Remarques

- Une fois la perturbation créée (à la source), elle se propage dans le milieu de proche en proche : chaque point subit des modifications temporaires (similaires à celle de la source s'il n'y a pas d'atténuation) et retrouve sa position initiale après le passage de la perturbation.
- Une onde ne transporte pas de matière : la perturbation se propage sur de grandes distances, mais un point du milieu reste globalement au même endroit.
- Une onde transporte de l'énergie (cinétique, électrique, électromagnétique, etc.).
- Une onde est qualifiée de transversale si la perturbation du milieu est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde, et de longitudinale si la perturbation est dans la direction de propagation de l'onde :

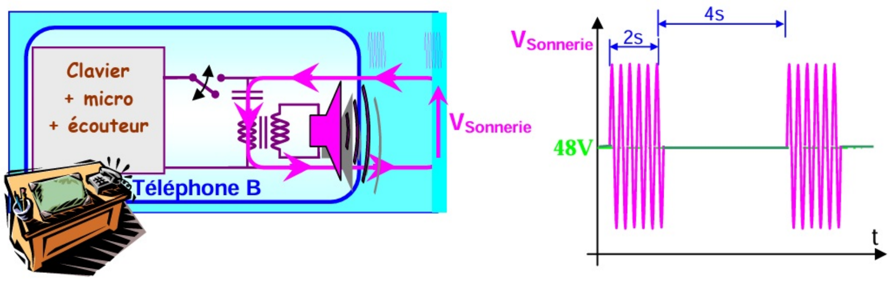


- Les signaux physiques peuvent être de différentes natures, en fonction des grandeurs qui varient :
  — signal électromagnétique (champ $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$) : par exemple dans le domaine des télécommunications : onde électro-magnétique sortant de l'antenne d'un téléphone, d'un satellite, d'un modem ADSL, ou d'un émetteur infrarouge (télécommande TV, etc.)

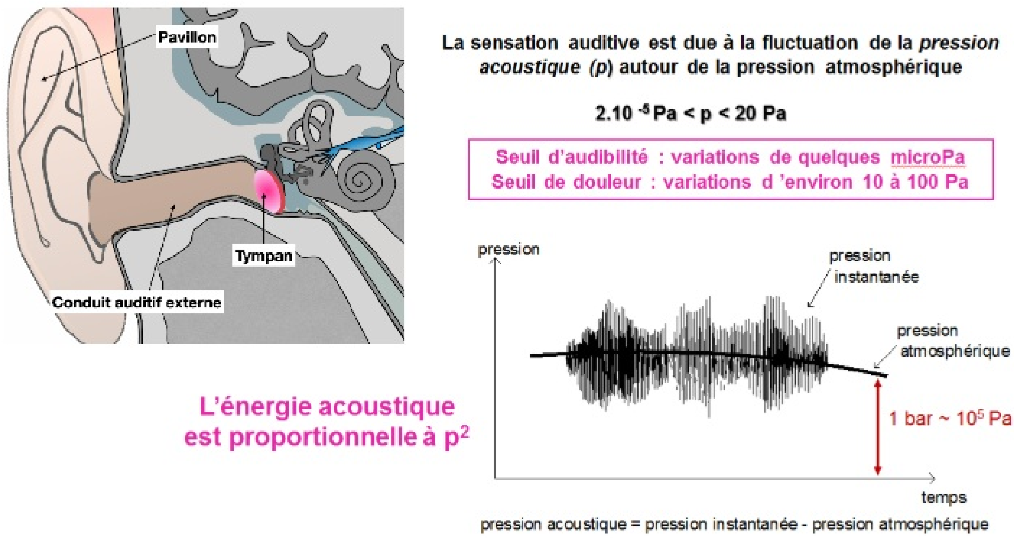




— signal électrique (tension et courant) : par exemple l'influx nerveux dans le corps, téléphonie filaire



— signal acoustique (pression et vitesse des constituants du milieu) : par exemple la surpression détectée par le tympan dans l'oreille



— signal mécanique (position, vitesse, accélération) : par exemple la position du stylet d'un sismographe, l'accélération pour le déclenchement d'un airbag
— signal thermique (température, transfert thermique) : température dans un four
— signal chimique (concentration d'une espèce chimique, pH) : par exemple dans la régulation hormonale, ou dans la communication entre les êtres vivants

I.2 Signaux périodiques

Les signaux étant des supports d'information, ils peuvent être utilisés pour la transmettre. Dans le cas de signaux périodiques, qui se répètent à l'identique dans le temps, il faut les manipuler pour pouvoir transmettre de l'information avec intérêt. On peut par exemple faire de la modulation (= ajouter une variation lente de leurs propriétés).
Un autre intérêt des signaux périodiques est qu'ils sont décomposables en une somme de signaux périodiques particuliers : les signaux sinusoïdaux (voir III.4 et EL4).

♥ Définition

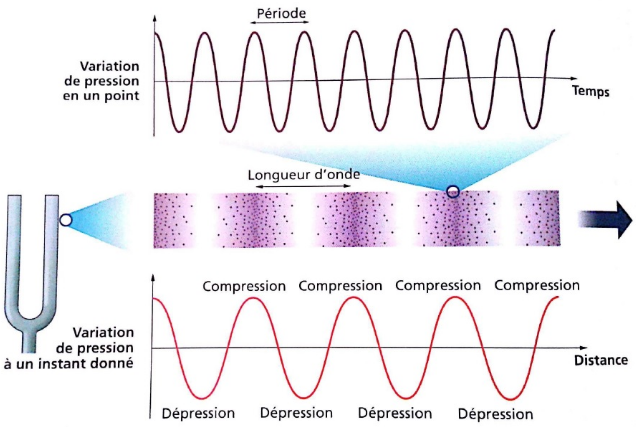
Période temporelle T : La période d'un signal périodique est la plus petite durée, exprimée en secondes, au bout de laquelle un motif se répète à l'identique.

Fréquence f : La fréquence, en hertz (Hz), est le nombre de périodes par seconde.

Par proportionnalité, on a la relation : $f = \dfrac{1}{T}$

I.3 Exemples

a) Ondes acoustiques



Le signal transporté par une onde acoustique est la surpression acoustique, qui est :

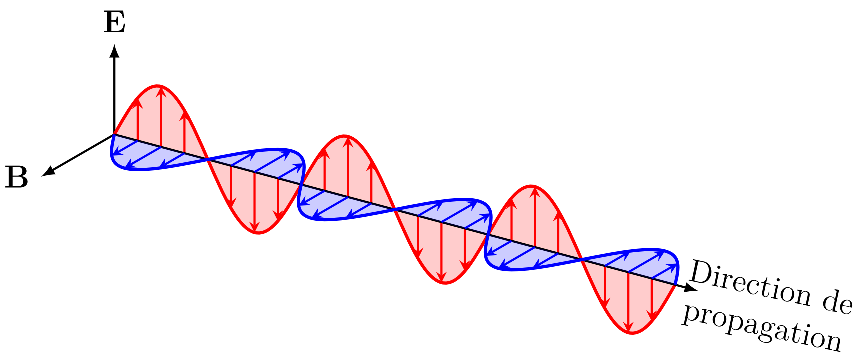
— nulle en l'absence d'onde acoustique
— positive en une zone de surpression (couches de fluides compressées)
— négative en une zone de dépression (couches de fluides dilatées)

Ordre de grandeur de fréquences utilisées :

signaux	fréquence
sons audibles	20 à 20 000 Hz
téléphonie	300 à 3400 Hz
La3 émis par un diapason	440 Hz

b) Ondes électromagnétiques

Les signaux transportés par une onde électromagnétique se propagent par une modification locale du champ électromagnétique ($\overrightarrow{E}$, $\overrightarrow{B}$) dans le vide et dans certains milieux transparents .



Ordre de grandeur de fréquences utilisées :

signaux	fréquence
WiFi	2,4 à 5 GHz
lumière visible	4×10^{14} à 8×10^{14} Hz
radio FM	centaine de MHz

c) Ondes électriques

Lorsque l'onde électromagnétique est guidée le long d'un câble de transmission constitué de deux conducteurs, les signaux correspondant à l'onde électrique sont l'intensité du courant circulant dans le conducteur et la tension entre ses deux bornes.
Exemple : Pour activer la sonnerie d'un téléphone fixe, un signal sinusoïdal de fréquence environ 50 Hz et de tension de 50 à 80 V efficaces est envoyé sur le poste par rafales, activé pendant environ 2 secondes et désactivé pendant environ 4 secondes. Ce signal est superposé à la tension continue de 48 V → voir figure précédente.

I.4 Cadre de l'étude en MPSI

Cette année, nous limiterons notre étude aux ondes progressives :

— unidimensionnelles (la propagation a lieu dans une seule direction : soit l'onde se propage dans un milieu à 1 dimension, soit l'onde est une onde plane qui se propage dans un milieu à 2 ou 3 dimensions)
— linéaires (pas d'apparition de nouvelles fréquences lors de la propagation)
— non dispersives (célérité indépendante de la fréquence)
— sans déformation ni atténuation (l'amplitude ne varie pas)

II Onde progressive unidimensionnelle

II.1 Célérité

Simulation

Avec l'animation :
`https://proftr.fr/AccesLibre/Simulateurs_en_ligne/simulaSON/simulaSON.html`
on observe les signaux délivrés par deux micros disposés à distance d l'un de l'autre de manière à ce qu'une onde sonore puisse parvenir à chacun d'eux sans que l'autre ne lui fasse obstacle.

Q1. Reproduire les signaux observés lorsqu'on produit un son bref devant les micros :

Q2. Que peut-on en conclure ?

Définition

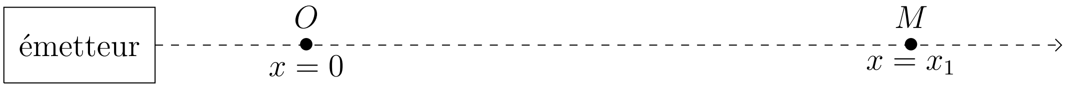
Célérité : On appelle célérité (ou vitesse de propagation) la vitesse de déplacement d'un signal, on la note c.

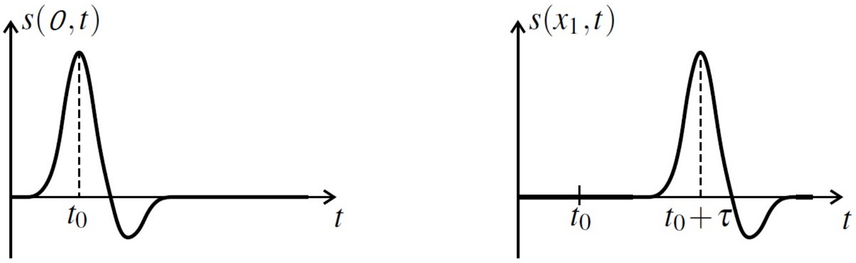
Deux représentations pour une onde progressive :
Le signal transporté par une onde progressive peut être représenté de deux points de vue :

— Représentation temporelle : on regarde en une position x fixée la perturbation sur toute sa durée. Cela revient à placer un détecteur du signal en une position x fixée et réaliser l'enregistrement de la perturbation au cours du temps.
— Représentation spatiale : on regarde à un instant t fixé la perturbation dans tout l'espace. Cela revient à prendre une photo de l'onde à un instant t fixé.

II.2 Représentation temporelle : signal = fonction du temps

On considère une onde sonore progressive, modélisée par la fonction $s(x, t)$, se propageant avec la célérité c dans le sens positif de l'axe (Ox).





à l'abscisse $x=0$ — à l'abscisse $x_1 > 0$

Q1. Cette onde parvient au point M d'abscisse x_1 avec un certain retard qui correspond à la durée mise par l'onde pour se propager du point d'abscisse $x = 0$ jusqu'au point d'abscisse x_1. Déterminer l'expression de cette durée, notée τ.

Q2. Que peut-on dire de l'onde au point M à l'instant t ? Comment traduire cela en utilisant la fonction $s(\ldots, \ldots)$?

Q3. Comment sont modifiés ces résultats si la source émet une onde en direction de x décroissants ?

♥ Notation

On considère une onde progressive se propageant à la vitesse c sans atténuation ni déformation, dans la direction de l'axe (Ox) :

Dans le sens **positif** de l'axe (Ox) : l'onde est une fonction de la variable « $t - \dfrac{x}{c}$ », on la met sous la forme :

$$s(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

où f est une fonction dont l'argument a la dimension d'un temps, telle que $f(t) = s(0, t)$.

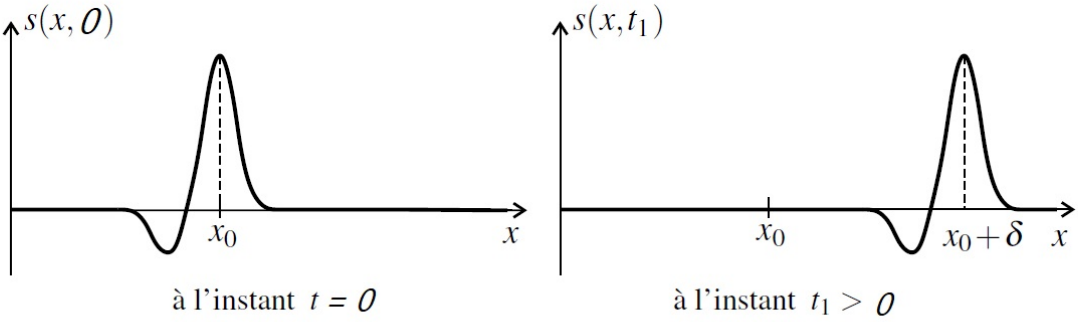
Dans le sens **négatif** de l'axe (Ox) : l'onde est une fonction de la variable « $t + \dfrac{x}{c}$ », on la met sous la forme :

$$s(x, t) = g\left(t + \frac{x}{c}\right)$$

où g est une fonction dont l'argument a la dimension d'un temps, telle que $g(t) = s(0, t)$.

II.3 Représentation spatiale : signal = fonction de la position

Les deux courbes ci-dessous représentent les valeur du signal émis par le dispositif du II.2 mesurées en chaque point de l'axe (Ox) à deux instants différents : $t = 0$ et t_1.



Q1. À la date $t_1 > 0$, l'onde s'est déplacée dans le sens des x croissants d'une certaine distance notée δ. Déterminer l'expression de la distance δ.

Q2. Que peut-on dire de l'onde à l'instant t_1 en x_0 ? Comment traduire cela en utilisant la fonction $s(\ldots, \ldots)$?

Q3. Comment sont modifiés ces résultats si la source émet une onde en direction de x décroissants ?

♥ Notation

On considère une onde progressive se propageant à la vitesse c sans atténuation ni déformation, dans la direction de l'axe (Ox) :

Dans le sens **positif** de l'axe (Ox) : l'onde est une fonction de la variable « $x - ct$ », on la met sous la forme :

$$s(x, t) = F(x - ct)$$

où F est une fonction dont l'argument a la dimension d'une longueur, telle que $F(t) = s(x, 0)$.

Dans le sens **négatif** de l'axe (Ox) : l'onde est une fonction de la variable « $t + ct$ », on la met sous la forme :

$$s(x, t) = G(x + ct)$$

où G est une fonction dont l'argument a la dimension d'une longueur, , telle que $G(t) = s(x, 0)$.

II.4 Passage d'une représentation à l'autre

Méthode

Si on connaît l'évolution temporelle d'un signal en un point donné et la célérité de l'onde, on peut en déduire :

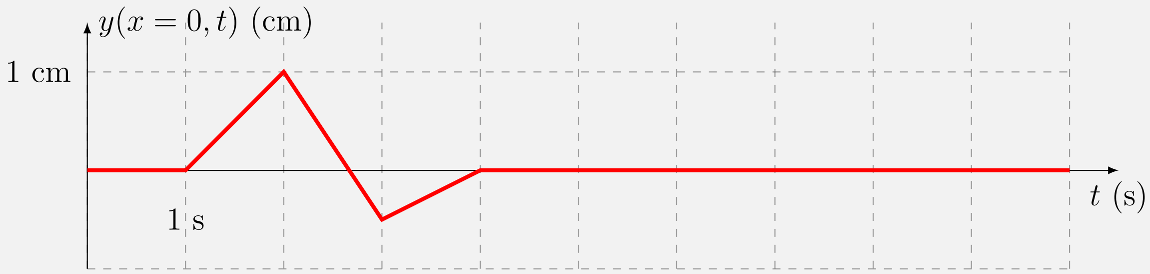
— l'évolution temporelle du signal en un autre point où passe l'onde. Pour cela il faut déterminer le retard entre les 2 points.

— la forme du signal sur tout l'espace du milieu à un instant donné. Pour cela il faut repérer les abscisses où apparaissent à cet instant certaines valeurs particulières du signal (front, minimas et maxima, queue). L'allure de la courbe est analogue à la variation temporelle mais à l'envers.

Inversement, si on connaît à un instant donné la forme du signal dans l'espace, on peut en déduire sa forme à un autre instant ou l'évolution temporelle en un point donné.

Exercice de cours Ⓐ

Une onde progressive se propage le long d'une corde à la célérité $c = 10\,\mathrm{cm{\cdot}s^{-1}}$ vers les x croissants. En $x = 0$, le signal mesuré a l'allure représentée ci-dessous.



Q1. Quelle est la durée de la perturbation ?

Q2. Représenter le signal à l'abscisse $x = 20\,\mathrm{cm}$.

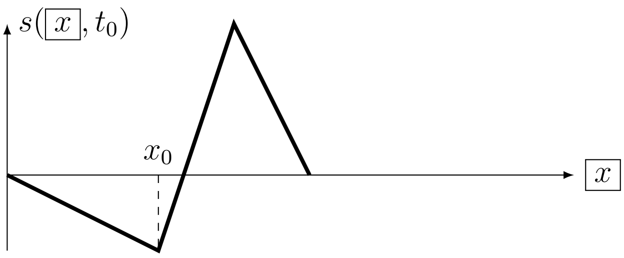
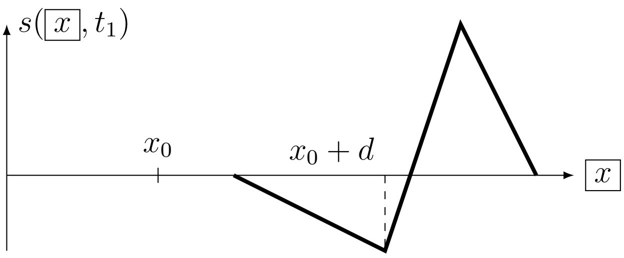
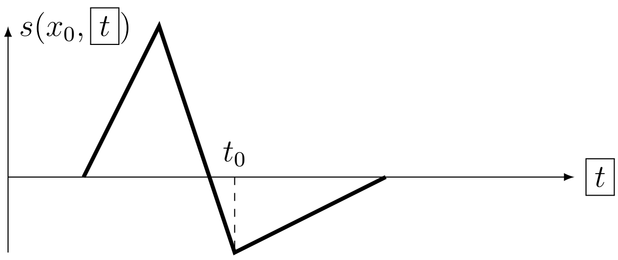
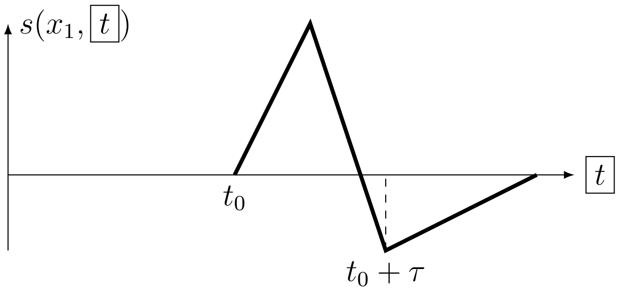
Q3. Représenter le signal existant à l'instant $t = 7\,\mathrm{s}$ en fonction de x. (c'est à dire « une photo » prise à la date $t = 7\,\mathrm{s}$)

Q4. Quelle est la longueur de la perturbation ?

II.5 En résumé

Synthèse : écriture des signaux progressifs 1D

On considère une onde se propageant sans atténuation ni déformation dans le sens positif de l'axe (Ox) :

Représentation spatiale	Représentation temporelle
En fonction de $\boxed{x}$ = on prend une photo à un instant t_0 donné.	**En fonction du temps** $\boxed{t}$, on enregistre en un point fixe de l'espace d'abscisse x_0.
Exemple à deux instants différents : à l'instant t_0 , en fonction de x :  à l'instant $t_1 > t_0$, en fonction de x : 	**Exemple en deux points différents** : à l'abscisse x_0, en fonction de t :  à l'abscisse $x_1 > x_0$, en fonction de t : 
Écriture pour une propagation selon $+\overrightarrow{u_x}$: $$s(x,t) = s(x - ct, 0) = F(x - ct)$$	Écriture pour une propagation selon $+\overrightarrow{u_x}$: $$s(x,t) = s\left(0, t - \frac{x}{c}\right) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$$
Écriture pour une propagation selon $-\overrightarrow{u_x}$: $$s(x,t) = s(x + ct, 0) = G(x + ct)$$	Écriture pour une propagation selon $-\overrightarrow{u_x}$: $$s(x,t) = s\left(0, t + \frac{x}{c}\right) = g\left(t + \frac{x}{c}\right)$$

III Onde progressive sinusoïdale

Une onde progressive sinusoïdale est un cas particulier d'onde progressive pour lequel la fonction associée au signal est une fonction sinusoïdale.

III.1 Expression mathématique

Définition

Le signal transporté par une **onde progressive sinusoïdale se propageant dans le sens des x croissants** s'écrit :

$$s(x,t) = S_m \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi_0\right) = S_m \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

avec :

$$\begin{array}{rcl} S_m & = & \text{amplitude (de la même unité que } s\text{), avec } S_m > 0 \\ \omega & = & \text{pulsation temporelle (en rad}\cdot\text{s}^{-1}) \\ c & = & \text{célérité de l'onde (en m/s)} \\ \varphi_0 & = & \text{phase à l'origine (des temps et des abscisses) en rad} \\ k & = & \dfrac{\omega}{c} = \text{pulsation spatiale en rad}\cdot\text{m}^{-1} \end{array}$$

Le signal transporté par une **onde progressive sinusoïdale se propageant dans le sens des x décroissants** s'écrit :

$$s(x,t) = S_m \cos\left(\omega\left(t + \frac{x}{c}\right) + \varphi_0\right) = S_m \cos(\omega t + kx + \varphi_0)$$

III.2 Double périodicité : spatiale et temporelle

On étudie une onde progressive sinusoïdale se propageant dans la direction des x croissants. On note S_m son amplitude, c sa célérité, ω sa pulsation et φ_0 sa phase à l'origine des temps et des positions.

Démonstration

Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité. Pour cela suivre les étapes suivantes :

❶ Traduire mathématiquement la définition de la période temporelle.

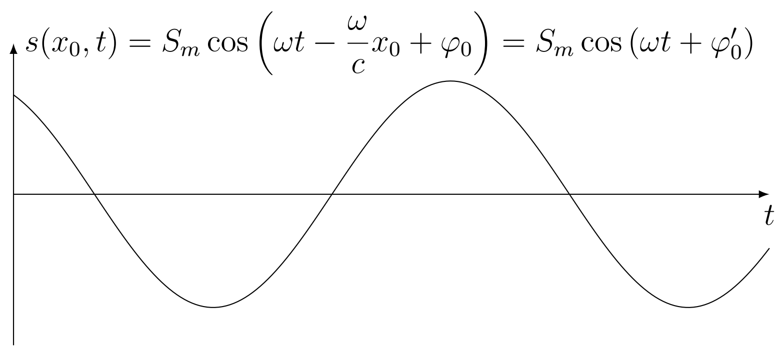
❷ En conclure une relation entre la période temporelle T et la pulsation ω.

❸ Traduire mathématiquement la définition de la longueur d'onde λ (= période spatiale).

❹ En déduire une relation entre la longueur d'onde λ et la pulsation ω.

❺ Rassembler ces expressions pour établir les relations entre les caractéristiques spatiales (λ et k) et temporelles (T, f et ω).

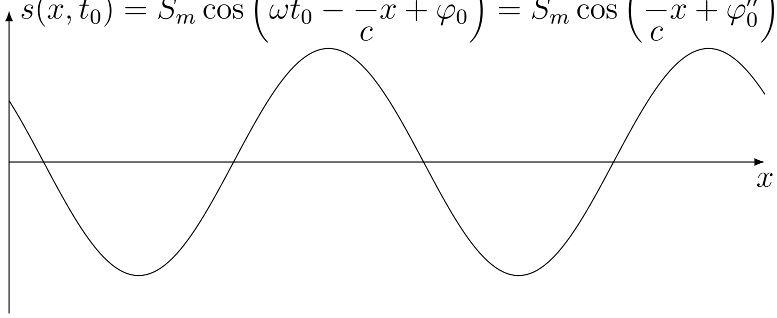
Représentation du signal en fonction du temps (en x_0 fixé) :



La **période temporelle** T étant définie comme la plus petite durée non nulle telle que $\forall x$ et $\forall t$, $s(x, t+T) = s(x,t)$, alors on peut écrire :

Représentation du signal en fonction de la position x (à t_0 fixé) :

$$s(x,t_0) = S_m \cos\left(\omega t_0 - \frac{\omega}{c}x + \varphi_0\right) = S_m \cos\left(\frac{\omega}{c}x + \varphi_0''\right)$$



La **période spatiale** λ **(longueur d'onde)** étant la plus petite distance non nulle telle que $\forall x$ et $\forall t$, $s(x+\lambda, t) = s(x,t)$, alors on peut écrire :

Formules

Caractéristiques temporelles

- Période temporelle : T en seconde (s)
- Fréquence : $f = \dfrac{1}{T}$ en Hertz ($\mathrm{Hz} = \mathrm{s}^{-1}$)
- Pulsation : $\omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T}$ ($\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$)

Caractéristiques spatiales

- Période spatiale : λ en mètre (m)
- Pulsation spatiale : $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ en $\mathrm{rad \cdot m^{-1}}$

Liens entre les caractéristiques temporelles et spatiales : $\lambda = cT$ $\qquad k = \dfrac{\omega}{c}$

Exercice de cours (B)

Q1. Quel est l'intervalle en longueur d'onde des radiations visibles ? En déduire l'intervalle en fréquence et en pulsation.

Q2. Quel est l'intervalle en fréquence des sons audibles ? En déduire l'intervalle en longueur d'onde et en pulsation.

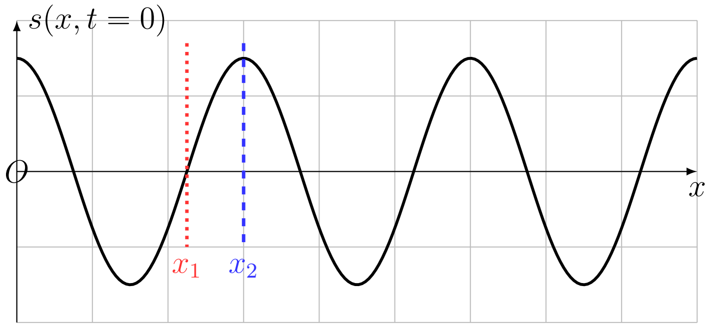
III.3 Déphasage

Un son sinusoïdal de fréquence f est émis par un haut-parleur situé à l'origine de l'axe (Ox) :

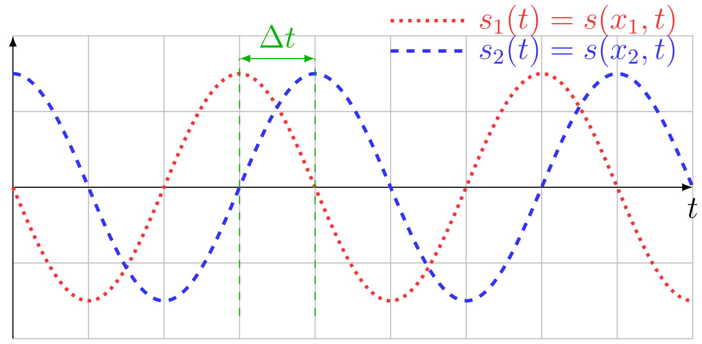
$$s(x=0,t) = S_m \cos(\omega t)$$

et se propage dans le sens des x croissants, donc $s(x,t) = s\left(x=0, t-\dfrac{x}{c}\right) = S_m \cos\left(\omega t - \omega \dfrac{x}{c}\right)$

Deux microphones sont placés aux abscisses $x_1 > 0$ et $x_2 > x_1$:



Signaux mesurés en x_1 et x_2 en fonction du temps :



Écrire les expressions des signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$:

En déduire les phases à l'origine des temps de ces signaux, notées φ_1 et φ_2 :

Exprimer le déphasage de $s_2(t)$ par rapport à $s_1(t)$, noté $\Delta\varphi_{2/1} = \varphi_2 - \varphi_1$:

En déduire l'expression du déphasage $\Delta\varphi_{2/1}$ en fonction du retard Δt (= durée mise par l'onde pour aller de x_1 vers x_2) lié à la propagation entre les deux microphones :

☆ Méthode

Méthode pour déterminer graphiquement le déphasage $\Delta\varphi_{2/1}$ de $s_2(t)$ par rapport à $s_1(t)$, périodiques de période T :

❶ Mesurer la période T des signaux.

❷ Déterminer si $s_2(t)$ est en avance ou en retard sur $s_1(t)$ pour déterminer le signe de $\Delta\varphi_{2/1}$.

- Si s_2 est en avance sur s_1, alors $\Delta\varphi_{2/1} > 0$.
- Si s_2 est en retard sur s_1, alors $\Delta\varphi_{2/1} < 0$.

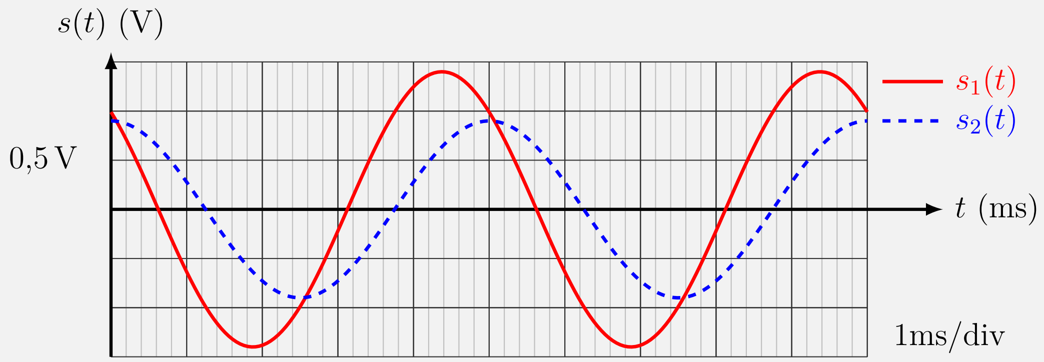
❸ Mesurer le retard Δt de s_2 par rapport à s_1 : c'est la plus petite durée séparant deux points identiques des signaux s_1 et s_2.

❹ En déduire la valeur absolue du déphasage $\left|\Delta\varphi_{2/1}\right| = \dfrac{2\pi\Delta t}{T}$.

❺ En déduire $\Delta\varphi_{2/1}$ (en tenant compte du signe déterminé précédemment).

Exercice de cours ©

Les enregistrements des tensions acquises à la sortie de 2 microphones sont donnés sur la figure ci-dessous. Déterminer le déphasage entre s_2 et s_1.



III.4 Intérêt d'étudier des signaux sinusoïdaux

Nous verrons dans le chapitre EL3 que tout signal périodique, de fréquence f, peut s'écrire comme la somme de signaux sinusoïdaux de fréquences multiples de la fréquence f (théorie de Fourier). L'analyse spectrale est l'opération qui consiste à déterminer les signaux sinusoïdaux composant un signal donné : le spectre d'un signal est une représentation graphique des composantes sinusoïdales qu'il contient.