OSC3 - TD

Exercices d'application directe du cours

Exercice n°1 Notation complexe

Déterminer les amplitudes complexes associées aux grandeurs suivantes puis préciser leurs modules et leurs arguments.

Q1. $u(t) = 3\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$ Q2. $s(t) = -2\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$ Q3. $i(t) = 4\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{8}\right)$

Exercice n°2 Circuit d'ordre 1 en régime sinusoïdal forcé

On considère un générateur de tension $e(t) = E\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$.

Q1. Ce générateur alimente un dipôle RL série.
- (a) Faire un schéma du circuit avec la résistance et la bobine en convention récepteur.
- (b) Donner l'expression du courant complexe $\underline{i_1(t)}$ qui traverse le dipôle, puis en déduire $i_1(t)$.

Q2. Ce générateur alimente un circuit RC série.
- (a) Faire un schéma du circuit avec la résistance et le condensateur en convention récepteur.
- (b) Donner l'expression du courant complexe $\underline{i_2(t)}$ qui traverse le dipôle, puis en déduire $i_2(t)$.
- (c) Donner l'expression de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.

Q3. Reprendre la question Q2. si la fem du générateur vaut $e(t) = E\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$

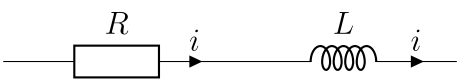
Q1. $i_1(t) = \frac{E}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3} - \arctan\frac{L\omega}{R}\right)$; Q2.(b) $i_2(t) = \frac{E}{\sqrt{R^2+\frac{1}{C^2\omega^2}}}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3} + \arctan\frac{1}{RC\omega}\right)$

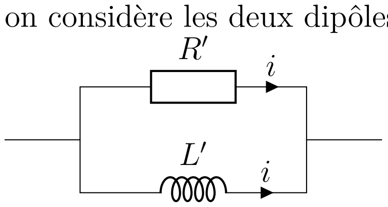
Q2.(c) $u_C(t) = \frac{E}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3} + \arctan RC\omega\right)$; Q3. $u_C(t) = \frac{E}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}}\cos\left(\omega t - \frac{5\pi}{6} + \arctan RC\omega\right)$

Exercices ★

Exercice n°3 Équivalence de deux dipôles

On se place en régime sinusoïdal forcé de pulsation ω et on considère les deux dipôles ci-dessous :





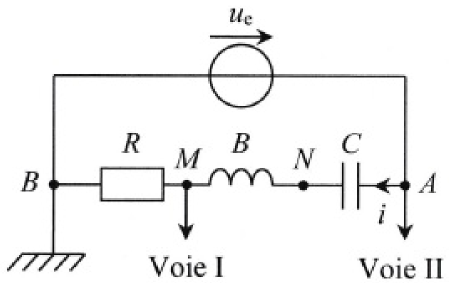
Q1. Quelles doivent-être les expressions de R' et L', en fonction de R, L et ω pour que les deux dipôles soient équivalents ?

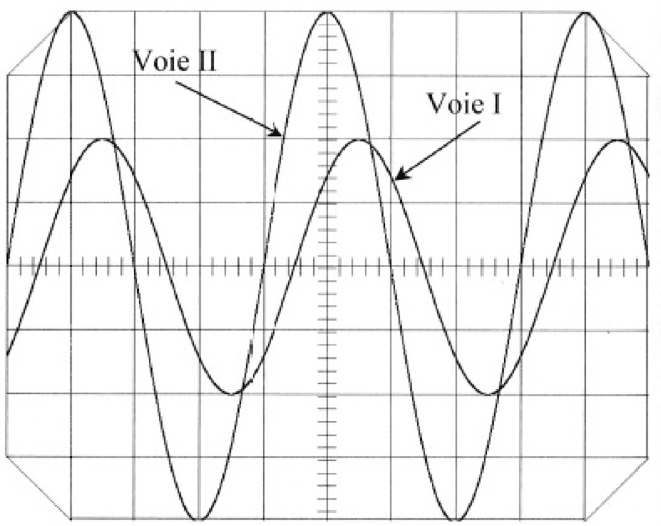
Q2. Pour quelle pulsation a-t-on $\frac{L}{R} = \frac{L'}{R'}$?

Q1. $R' = \frac{R^2+L^2\omega^2}{R}$; $L' = \frac{R^2+L^2\omega^2}{L\omega^2}$; Q2. $\omega = \frac{R}{L}$

Exercice n°4 Détermination des caractéristiques des caractéristiques d'un bobine

Pour étudier une bobine réelle B, on effectue le montage indiqué sur le schéma page 2, et on obtient l'oscillogramme fourni ci-après.
Le générateur délivre une tension $u_e(t) = U_m \cos(\omega t)$.
Données : $R = 20\,\Omega$; $C = 10\,\mu\text{F}$.
Les calibres sont identiques pour les deux voies : $2\,\text{V/div}$ et $1\,\text{ms/div}$





Q1. L'oscillogramme permet de calculer les valeurs de la période T, de la pulsation ω, des amplitudes U_m et I_m, et de l'impédance Z_{AB}. Déterminer ces valeurs numériques et compléter le tableau ci-dessous :

Grandeur	T (s)	ω (rad·s^{-1})	I_m (A)	U_m (V)	Z_{AB} (Ω)

Q2. Quelle tension (u_I ou u_{II}) est en avance de phase sur l'autre ?

Q3. Calculer le déphasage φ entre la tension $u_e(t) = U_m \cos(\omega t)$ et l'intensité $i(t) = I_m \cos(\omega t - \varphi)$.

Q4. Montrer que, dans l'hypothèse d'une bobine idéale B de résistance r nulle, les valeurs numériques de Z_{AB}, φ et R sont incohérentes.

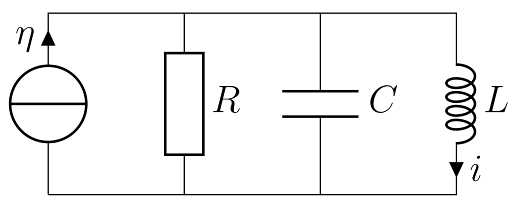
Q5. Il est donc nécessaire de prendre en compte la résistance r de la bobine. Calculer r.

Q6. En déduire la valeur de l'inductance L.

Q5. $r = 8{,}3\,\Omega$; Q6. $L = 59\,\text{mH}$

Exercice n°5 Résonance en intensité du RLC parallèle

Un circuit RLC parallèle est alimenté par une source de courant de courant de court-circuit $\eta(t) = \eta_m \cos(\omega t)$. La résistance R est réglable. La bobine d'inductance L est parcourue par un courant d'intensité $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$. On pose $A = \dfrac{I_m}{\eta_m}$.



Q1. Établir l'expression de l'amplitude $\underline{I_m}$ complexe de l'intensité.

Q2. En déduire l'expression de $A(\omega)$.

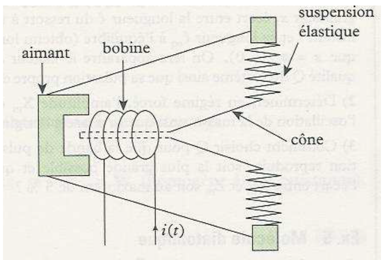
Q3. Déterminer les extrema de $A(\omega)$ et montrer qu'il existe un phénomène de résonance en intensité quand $R > R_c$, avec R_c une valeur critique de la résistance dont on donnera l'expression.

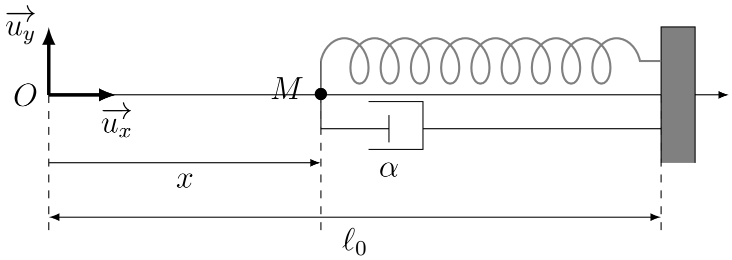
Q4. Tracer l'allure de $A(\omega)$ dans les deux cas : $R < R_c$ et $R > R_c$.

Q1. $\underline{I_m} = \eta_m \frac{1}{1-LC\omega^2+j\frac{L}{R}\omega}$; Q2. $A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(1-LC\omega^2)^2+(\frac{L}{R}\omega)^2}}$; Q3. $R_c = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{L}{C}}$

Exercice n°6 Haut-parleur

On modélise la partie mécanique d'un haut-parleur comme une masse m, se déplaçant horizontalement le long d'un axe $(O, \overrightarrow{u_x})$.





Cette masse est reliée à un ressort de longueur à vide ℓ_0 et de raideur k et à un amortisseur fluide de constante α : $\overrightarrow{f} = -\alpha\overrightarrow{v}$.
Elle est par ailleurs soumise à une force $\overrightarrow{F}(t)$, imposée par le courant $i(t)$ entrant dans le haut-parleur. On a la relation $\overrightarrow{F}(t) = Ki(t)\overrightarrow{u_x}$, où K est une constante. On suppose que le courant est de la forme $i(t) = I_m\cos(\omega t)$.
On travaille dans le référentiel du laboratoire $(O, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y})$.
Données : $m = 10\,\text{g}$; $k = 15\times10^3\,\text{N·m}^{-1}$; $K = 200\,\text{N·A}^{-1}$; $I_m = 1{,}0\,\text{A}$

Q1. Établir (en exprimant avec une grande rigueur pour l'expression de la force de rappel élastique !) l'équation différentielle vérifiée par x, la position de la masse m.

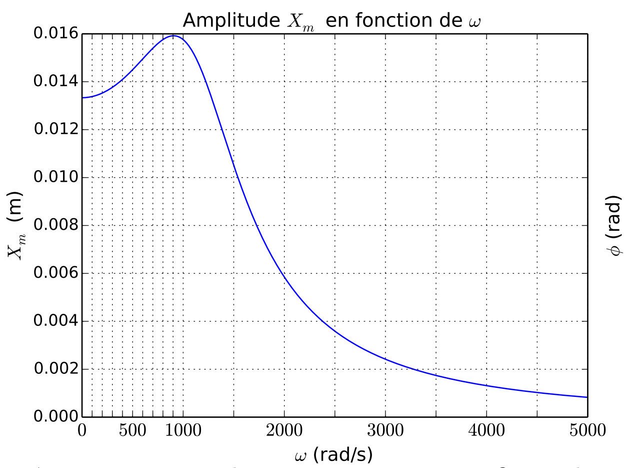
Q2. La mettre sous forme canonique et identifier les expressions de ω_0 et Q.

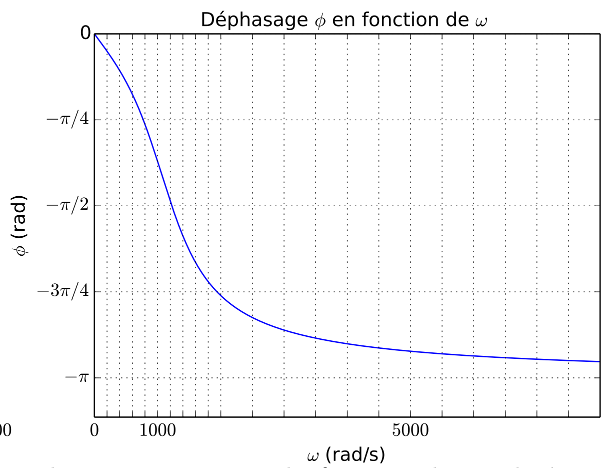
Q3. Justifier que la réponse en régime forcée s'écrit sous la forme $x(t) = X_m\cos(\omega t + \varphi)$.

Q4. Déterminer l'expression de la réponse forcée $x(t)$, c'est-à-dire l'amplitude X_m et la phase φ.

Q5. Déterminer les limites de X_m et l'existence ou non d'une résonance. Interpréter les résultats trouvés.

Q6. On a tracé ci-dessous les courbes de $X_m(\omega)$ et de $\varphi(\omega)$.



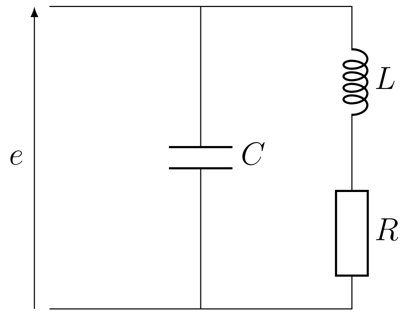


Déterminer graphiquement, en justifiant, la pulsation propre et le facteur de qualité.

Q7. En déduire la valeur du coefficient d'amortissement α.

Exercices ⋆ ⋆

Exercice n°7 Étude d'une résonance



Soit le circuit ci-contre, où e est une tension sinusoïdale de pulsation ω. On étudie l'intensité parcourant le générateur.

Q1. Exprimer l'impédance complexe du circuit.

Q2. On pose $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$, $Q = \dfrac{L\omega_0}{R}$, $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$.
Donner l'expression de l'impédance en fonction de x, Q et R.

Q3. Établir l'expression d'un extremum du module de l'impédance pour certaines valeurs de Q que l'on précisera.

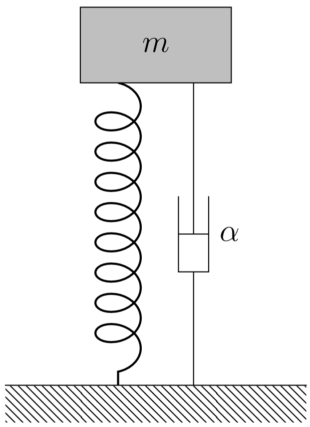
Q4. Donner l'expression de la pulsation correspondant à l'extremum.

Q5. En étudiant les limites du module de l'impédance, en déduire qu'il s'agit d'un maximum.

Q6. Que peut-on en déduire pour l'intensité parcourant le générateur ?

Q7. Dans le cas où le facteur de qualité Q est grand, donner les expressions approchées de la pulsation de résonance en impédance et de la valeur correspondante du maximum de $|Z|$.

Exercice n°8 Résonance en vitesse



Lorsqu'un moteur de compresseur fonctionne, il est à l'origine de vibrations périodiques qui peuvent entraîner des déplacements importants du châssis. Pour minimiser ce phénomène, il est nécessaire de prévoir un système de suspension et d'amortissement.

On assimile le moteur à un point matériel de masse m posé sur l'association d'un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 avec un amortisseur exerçant une force de freinage $\overrightarrow{f} = -\alpha\overrightarrow{v}$ avec $\overrightarrow{v}$ la vitesse du moteur et α une constante positive.

Q1. Déterminer la longueur du ressort à l'équilibre lorsque le moteur ne fonctionne pas.

Dans toute la suite de l'énoncé, la position du moteur $z(t)$ sera repérée par rapport à cette position d'équilibre. En fonctionnement, tout se passe comme si une force supplémentaire $\overrightarrow{F} = F_0\cos(\omega t)\overrightarrow{u_z}$ agissait sur le moteur.

Q2. Déterminer l'équation différentielle satisfaite par $z(t)$ lorsque le moteur fonctionne.

Q3. On cherche pour la vitesse une solution de la forme $v(t) = \dot{z}(t) = V_0\cos(\omega t + \phi)$. Établir l'équation vérifiée par l'amplitude complexe de la vitesse $\underline{V} = V_0 e^{j\phi}$.

Q4. Exprimer V_0 en fonction de ω et des paramètres $\lambda = \dfrac{\alpha}{2m}$, $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ et $\dfrac{F_0}{m}$.

Q5. Tracer l'allure de $V_0(\omega)$.

Q6. La pulsation vaut $\omega = 628\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ et le moteur a une masse $m = 10\,\text{kg}$. On dispose de deux ressorts de raideur respective $k_1 = 4{,}0 \times 10^6\,\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ et $k_2 = 1{,}0 \times 10^6\,\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$. Lequel faut-il choisir ?