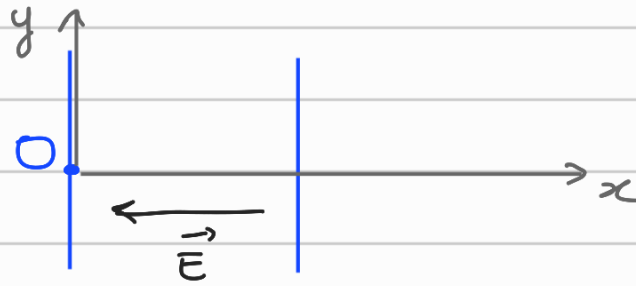


DS 6 Correction physique

Q1 a)



Entre les plaques du condensateur le champ \vec{E} est uniforme et sa direction est orthogonale aux plaques, donc $\vec{E} = E \vec{u}_x$ avec E algébrique (dépend de U)

L'électron subit la force $\vec{F}_{el} = -e\vec{E}$ (on néglige le poids), qui est selon \vec{u}_x .

D'après le PFD appliqué à {électron} dans \mathcal{R}_T galiléen $\vec{a} \cdot \vec{u}_y = 0$ et $\vec{a} \cdot \vec{u}_z = 0$

Par intégration $\vec{v} \cdot \vec{u}_y = cte$ et $\vec{v} \cdot \vec{u}_z = cte$

Sa vitesse initiale \vec{v}_0 étant suivant \vec{u}_x

$v_y = v_z = 0$ tout au long du mouvement.

Le mouvement est donc rectiligne suivant (Ox)

$\|\vec{a}\| = \|\frac{\vec{F}_{el}}{m}\| = cte$ donc le mouvement

est rectiligne uniformément accéléré.

b) D'après le TEN appliqué à {électron} dans \mathcal{R}_T galiléen :

$\Delta E_m = \sum W(\vec{F}_{nc}) = 0$ car la seule force considérée est la force électrique

qui est conservative, elle dérive de l'énergie potentielle $E_{\text{pel}} = qV + \text{cte}$.

$$\text{D'où } E_{\text{m cathode}} = E_{\text{m anode}}$$

$$E_{\text{co}} - eV_{\text{cathode}} = E_{\text{cf}} - eV_{\text{anode}}$$

$$E_{\text{cf}} = E_{\text{co}} + e(V_{\text{anode}} - V_{\text{cathode}}) = E_{\text{co}} + eU$$

$$\frac{1}{2} m v_f^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 + eU$$

$$v_f = \sqrt{v_0^2 + \frac{2eU}{m}}$$

c) l'électron atteint l'anode si $v_f \geq 0$

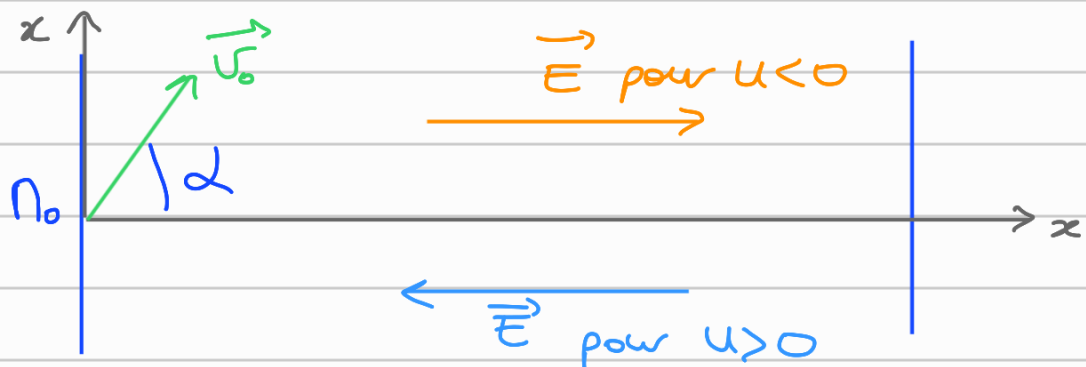
$$\Leftrightarrow v_0^2 + \frac{2eU}{m} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow U \geq -\frac{m v_0^2}{2e}$$

Pour U inférieur à $U_0 = -\frac{m v_0^2}{2e}$ l'électron n'atteint pas l'anode.

Dans ce cas $I = 0$ (circuit ouvert).

Q2.



D'après le PFD appliqué à {électron} dans R_T galiléen : $m\vec{a} = -e\vec{E}$

avec $\vec{E} = -\frac{U}{d}\vec{u}_z$ (si $U > 0$ \vec{E} est selon $-\vec{u}_z$)

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -e\left(-\frac{U}{d}\right) \\ m\ddot{y} = 0 \\ m\ddot{z} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ddot{x} = \frac{eU}{md} \\ \ddot{y} = 0 \\ \ddot{z} = 0 \end{cases}$$

Par intégrations successives en tenant compte des conditions initiales :

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{eU}{md}t + v_0 \cos \alpha \\ \dot{y} = v_0 \sin \alpha \\ \dot{z} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \frac{eU}{md} t^2 + v_0 \cos \alpha t \\ y = v_0 \sin \alpha t + y_0 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow t = \frac{y - y_0}{v_0 \sin \alpha}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \frac{eU}{md} \frac{1}{v_0^2} \left(\frac{y - y_0}{\sin \alpha} \right)^2 + v_0 \cos \alpha \cdot \frac{y - y_0}{v_0 \sin \alpha}$$

$$x = \frac{1}{2} \frac{eU}{md} \frac{1}{v_0^2} \left(\frac{y - y_0}{\sin \alpha} \right)^2 + \frac{y - y_0}{\tan \alpha}$$

$$x = \frac{eU}{4d} \left(\frac{y - y_0}{\sin \alpha} \right)^2 + \frac{y - y_0}{\tan \alpha}$$

Q3. Pour $\eta > 0$ les paraboles $x = f(y)$ sont tournées vers le haut, et elles sont tournées vers le bas pour $\eta < 0$

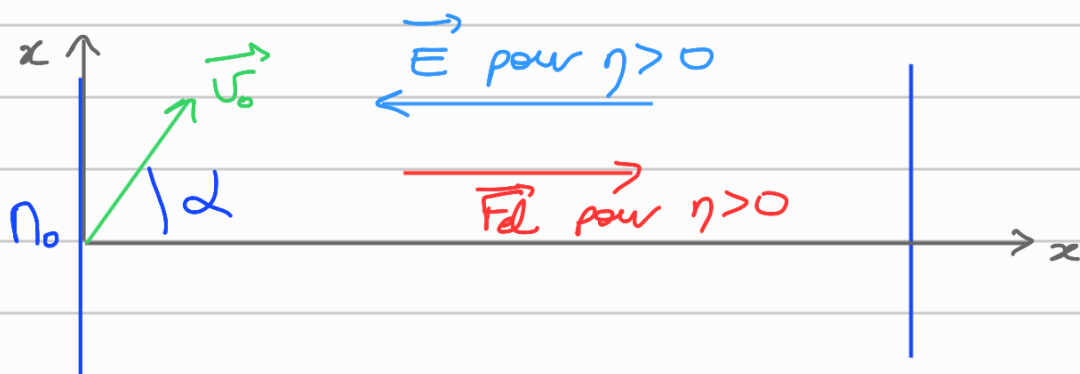


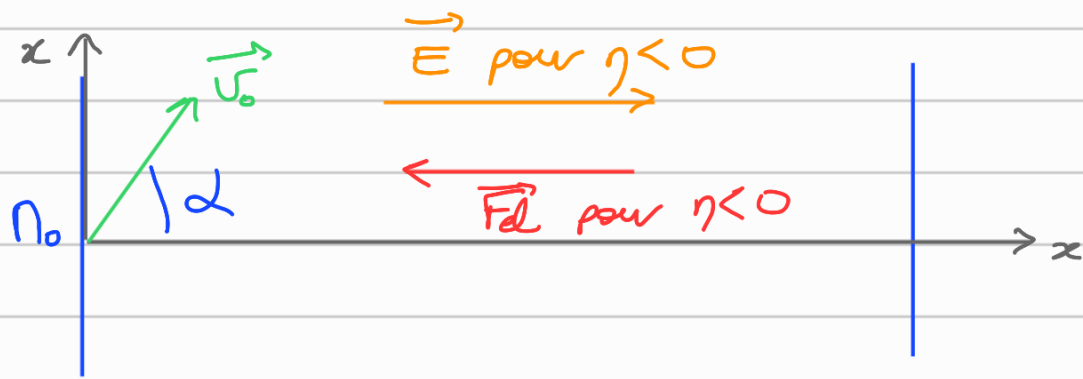
⇒ D'après la concavité les courbes ③ ④ ⑤ correspondent à $\eta > 0$

De plus pour une même valeur de x la valeur de y est plus élevée lorsque η diminue ⇒

- ③ : $\eta = 0,5$
- ④ : $\eta = 1$
- ⑤ : $\eta = 5$

Cela correspond au fait que lorsque η augmente la norme de E augmente donc l'effet de la force de Lorentz est plus important pour attirer les électrons vers l'anode.

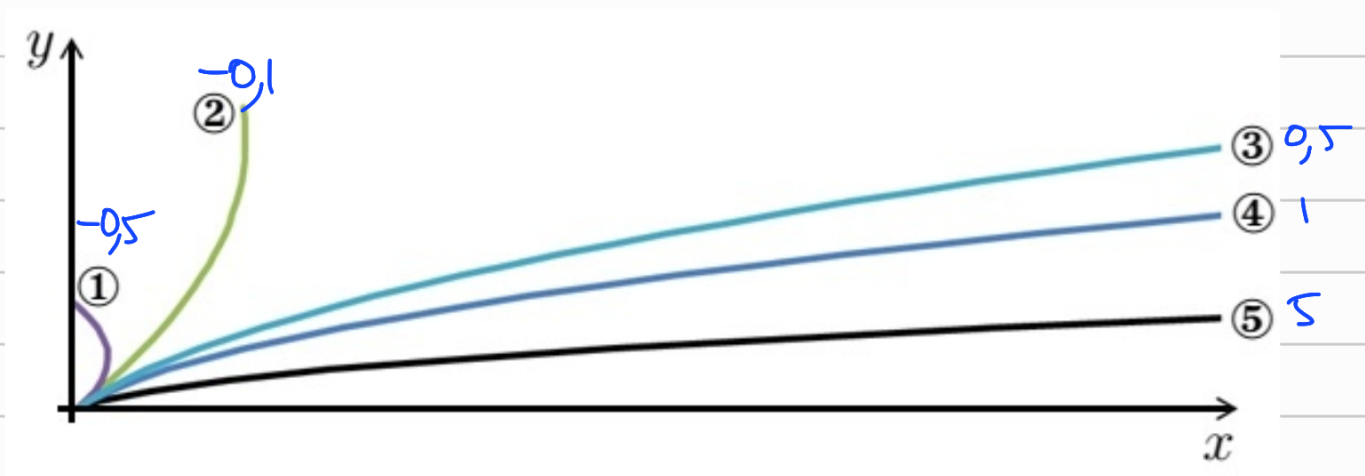




$\|\vec{E}\|$ augmente avec $|\eta|$ donc l'effet de la force de Lorentz augmente avec $|\eta|$
 \Rightarrow pour $\eta < 0$ la courbure est plus forte avec les valeurs les plus petites (plus grandes en valeur absolue)

$$\Rightarrow \textcircled{1} : \eta = -0,5$$

$$\textcircled{2} : \eta = -0,1$$



b) Sur l'anode $x = d$ on résoud :

$$d = \frac{\eta}{4d} \left(\frac{y_a - y_0}{\sin \alpha} \right)^2 + \frac{y_a - y_0}{\tan \alpha}$$

$$\text{Avec } \alpha = \frac{\pi}{2} \text{ et } y_0 = 0 \text{ on a } d = \frac{2y^2}{4d}$$

$$\Rightarrow y_d = \frac{2d}{\sqrt{\eta}}$$

Cet électron est reçu par l'anode si $y_d < H$

$$\Rightarrow \frac{2d}{\sqrt{\eta}} < H \Leftrightarrow \eta > \left(\frac{2d}{H}\right)^2$$

$$\text{Or } \eta = \frac{2eU}{mv_0^2} \Rightarrow \frac{2eU}{mv_0^2} > \frac{4d^2}{H^2}$$

$$\Rightarrow U > \frac{2md^2v_0^2}{eH^2}$$

Pour U supérieur à $U_n = \frac{2m}{e} v_0^2 \left(\frac{d}{H}\right)^2$ les

électrons sont tous captés par l'anode

c) Dépendance en v_0 : La composante v_y étant conservée au cours du mouvement, si v_0 augmente, il faut une force de Lorentz plus forte pour contrebalancer l'éloignement vertical de l'électron.

Dépendance en $\frac{d}{H}$:



plus ce rapport augmente, plus l'angle sous lequel est vue l'anode depuis la cathode diminue donc il faut une force de Lorentz plus élevée pour attirer fortement les électrons sur l'anode.

Exercice 2 :

Partie I

Q1. a) L'ion subit la force $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$.
Cette force est orthogonale à \vec{B}

D'après le PFD appliqué à l'ion dans R_f galiléen, et projeté sur Oz :

$$m\vec{a} \cdot \vec{u}_z = \vec{F}_m \cdot \vec{u}_z = 0 \Rightarrow a_z = 0$$

Par intégrations successives avec les conditions initiales ($v_z(0) = 0$) on a $z = cte$ donc le mouvement est plan

b) Dans la base de Frenet $\vec{v} = v\vec{u}_T$

$$\vec{F}_m = \underbrace{q\vec{v} \wedge \vec{B}}_{\text{vecteur orthogonal à } \vec{u}_T \text{ et } \vec{u}} \vec{u}_N$$

$$\Rightarrow \vec{F}_m = \pm qvB\vec{u}_N \quad (v \text{ et } B \text{ les normes des vecteurs})$$

D'après le PFD $m\vec{a} = \vec{F}_m$

$$\text{Or dans la base de Frenet } \vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_T + \frac{v^2}{R}\vec{u}_N$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \text{ et } m\frac{v^2}{R} = |q|vB \Rightarrow R = \frac{mv^2}{|q|vB}$$

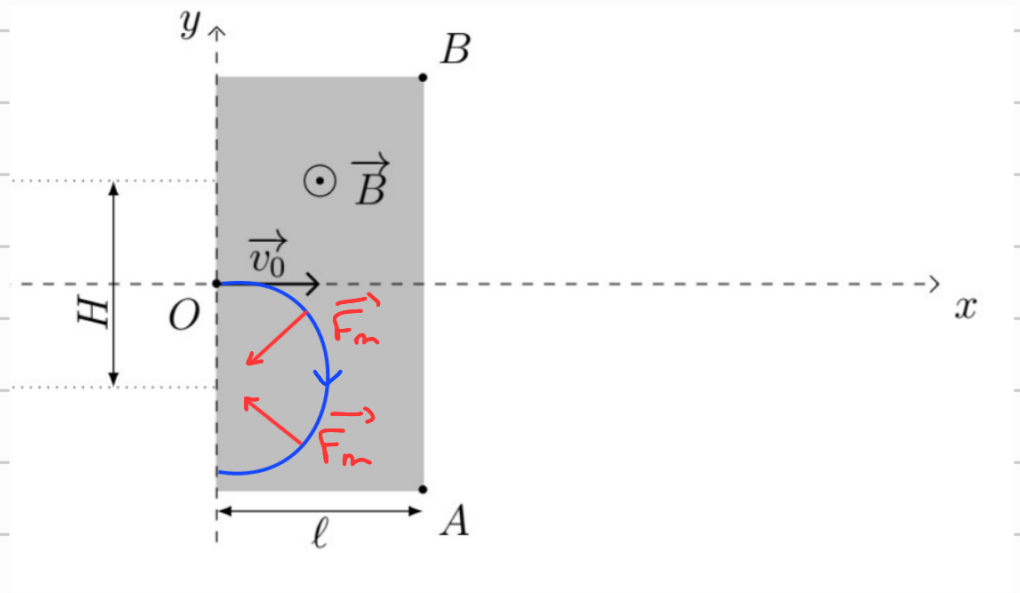
$$\Rightarrow v = cte = v_0, \text{ or } m = cte \text{ et } B = cte$$

$$\Rightarrow R = cte \text{ et}$$

$$\boxed{R = \frac{mv_0}{|q|B}}$$

Q2. Pour $q > 0$ la force magnétique est dirigée selon $-\vec{u}_y$ à $t=0 \Rightarrow$ la trajectoire se courbe vers le bas, de rayon de courbure

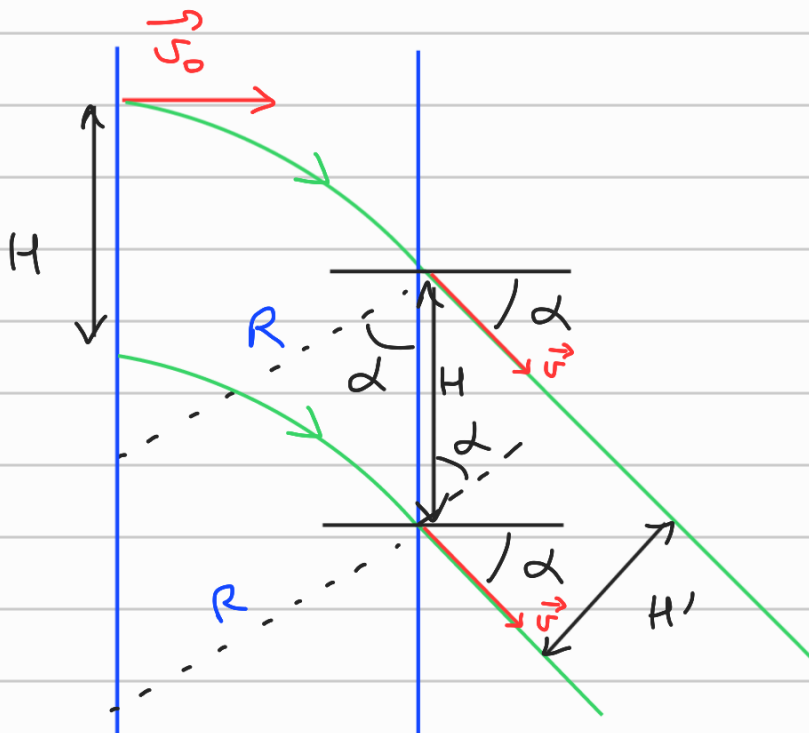
$$R = \frac{mv_0}{|q|B}$$



Q3. Pour que le faisceau d'ions traverse la zone où règne \vec{B} , il faut $R > l$

$$\Rightarrow \frac{mv_0}{qB} > l \Rightarrow v_0 > \frac{qB \cdot l}{m}$$

Q4a)



b) En sortie de la zone de champ \vec{B} le vecteur vitesse des ions fait un angle α avec l'axe Ox , tel que :

$$\sin \alpha = \frac{l}{R} = \frac{q l B}{m v_0}$$

c) $\frac{H'}{H} = \cos \alpha \Rightarrow H' = H \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$

$$H' = H \sqrt{1 - \frac{q^2 l^2 B^2}{m^2 v_0^2}}$$

Partie II

Q5. D'après le TEN appliqué à {ion} dans R_T galiléen :

$$\Delta E_m = \sum \mathcal{W}(\vec{F}_{nc}) = 0$$

$$E_c + E_p = \text{cte} \quad \text{ici } E_{ci} = 0 \text{ et } V_i - V_f = U$$

$$\Rightarrow E_{cf} = qU \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qU}{m_i}}$$

$$\text{AN : } v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 50 \cdot 10^3}{390 \cdot 10^{-25}}} \quad v = \underline{2,03 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

$c/v \sim 1500$ donc ces ions ne sont pas relativistes.

Q6.

$$R = \frac{m_1 v}{|q| B}$$

$$\Rightarrow B = \frac{m_1 v}{|q| R}$$

$$\text{AN: } B = \frac{3,90 \cdot 10^{-25} \cdot 203 \cdot 10^3}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,50} = \underline{\underline{1,0 \text{ T}}}$$

Q6. Les ions arrivant en A perpendiculairement à (yy') suivent une trajectoire circulaire de centre O et de rayon R.

Ceux qui arrivent en A' avec un vecteur vitesse formant un petit angle ε avec la normale à (yy') suivront également une trajectoire circulaire de rayon R (\vec{v} orthogonal à \vec{B} et même norme de \vec{v}).

Le centre de ce cercle sera sur la bissectrice de AOA' , décalé de O d'une distance $\approx R\varepsilon\sqrt{2}$.
Voir schéma.

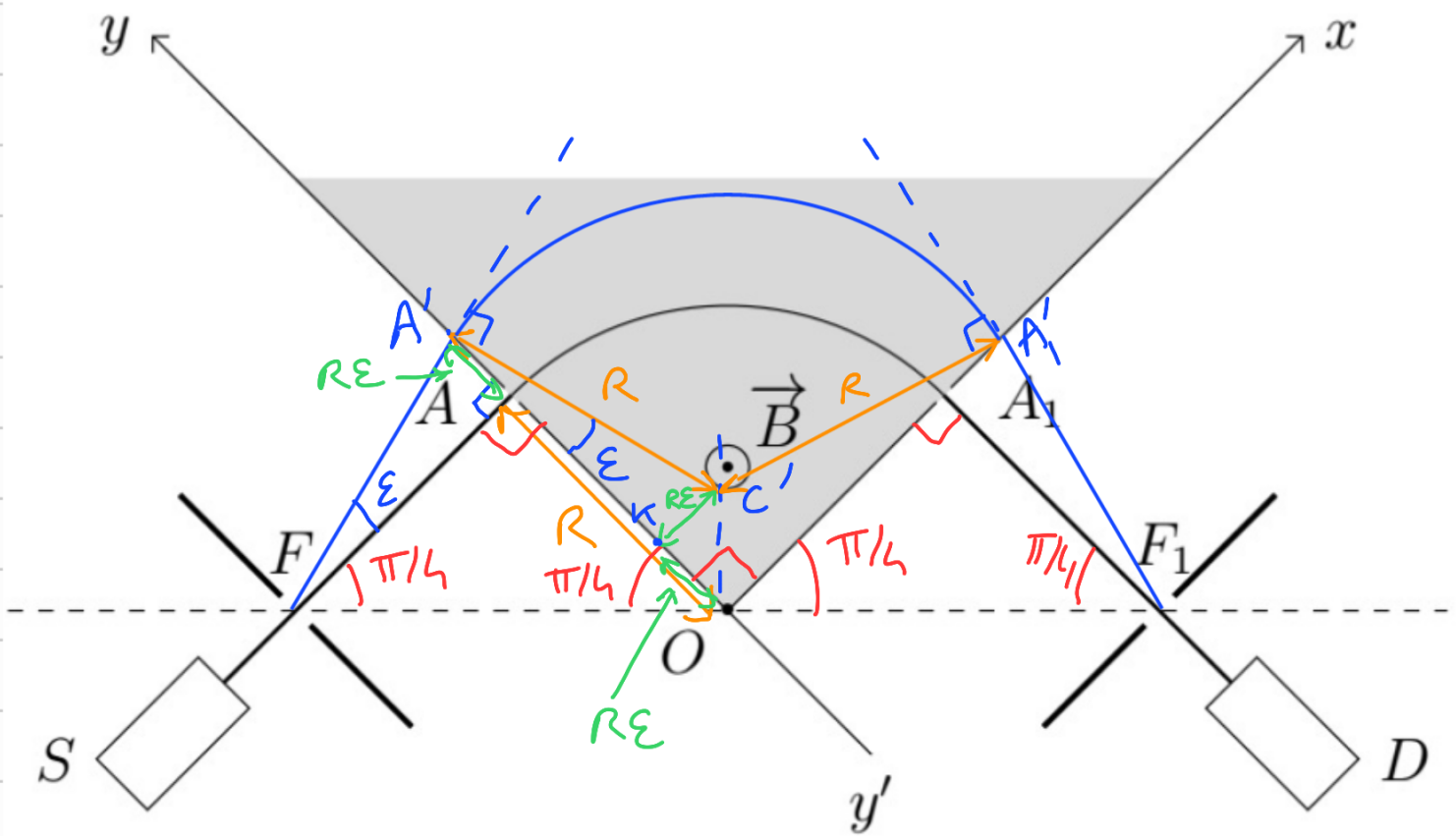
$$A'C' = R$$

$$AA' = KO = KC' \approx R\varepsilon$$

donc OKC' est isocèle rectangle en K

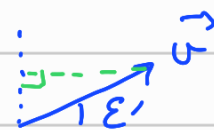
$$\text{et } \angle KOC' = \pi/4$$

$\Rightarrow C'$ est bien sur la bissectrice de \widehat{yOx} .



Le centre de la trajectoire circulaire de rayon R étant sur la bissectrice de \widehat{xOy} la trajectoire sera symétrique donc les ions vont également converger en F_1 .

Q7 a) Dans la direction (Oz) les ions ne subissent aucune force donc ils conservent leur vitesse initiale $v_z = v_0 \sin \epsilon'$



b) La longueur de la trajectoire FF_1 est $L = 2R + R \cdot \frac{\pi}{2}$

La vitesse dans le plan xOy vaut $v \cos \epsilon'$, elle est constante donc

Le trajet FF, dure $\Delta t = \frac{L}{v \cos \epsilon'}$

La distance parcourue dans la direction z est donc $\Delta h = v \sin \epsilon' \cdot \frac{L}{v \cos \epsilon'}$

$$\Delta h = \frac{2R(1 + \frac{\pi}{4}) \sin \epsilon'}{\cos \epsilon'} \approx 2RE'(1 + \frac{\pi}{4})$$

En considérant les ions émis de part et d'autre du plan xOy on a $l = 2\Delta h$

$$\text{Soit } l = 4RE'(1 + \frac{\pi}{4})$$

$$l = RE'(4 + \pi)$$

c) AN: $l = 0,50 \times 10^{-3} (4 + \pi) = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
 $l = 3,6 \text{ mm}$

Q8. Le rayon de la trajectoire d'une particule de masse différente sera différent.

Le centre de la trajectoire des particules de masse $m_2 > m_1$ est décalé d'une distance $F_1 F_2$:

$$F_1 F_2 = \frac{\Delta m v}{qB}$$

Or $R = \frac{m_1 v}{qB} \Rightarrow \frac{v}{qB} = \frac{R}{m_1}$

$$F_1 F_2 = R \frac{\Delta m}{m_1}$$

Q9. Il faut une fente de largeur inférieure à $2F_1F_2$: $s = 2F_1F_2$

$$\Rightarrow \boxed{s = 2 \frac{R\Delta m}{m_1}}$$

$$\text{AN: } s = 2 \cdot 0,50 \cdot \frac{3}{235} = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ m} = \underline{1,3 \text{ cm}}$$

$$\text{Q10. } I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{N_{bt} e}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{N_{bt} = \frac{I \Delta t}{e}}$$

$$\text{AN: } N_{bt} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 365,25 \times 24 \times 360}{1,6 \cdot 10^{-19}} =$$

$$N_{bt} = 9,9 \cdot 10^{23}$$

$$N(^{235}\text{U}^+) = \frac{0,7}{100} \cdot 9,9 \cdot 10^{23} = \underline{6,9 \cdot 10^{21}}$$

$$m = \frac{N}{N_A} \cdot m(^{235}\text{U})$$

$$\text{AN: } \underline{m = 2,7 \text{ g}}$$