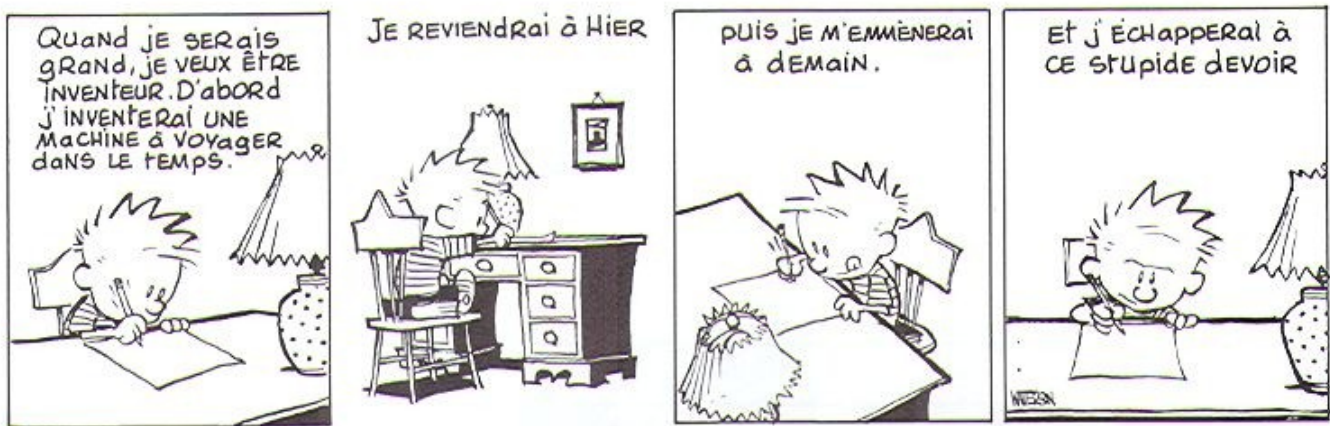


Devoir surveillé n° 6

Durée : 3 heures

Préambule : Un petit peu d'humour :-)



Mais tout cela n'est qu'un rêve... donc continuez à vous efforcer de faire des phrases, qui peuvent être nominales (pour gagner en efficacité), mais surtout claires et explicites !

Plan :

Ce problème se compose de 3 exercices indépendants :

- L'exercice 1 porte sur le dispositif de l'expérience de Millikan sur l'effet photoélectrique.
- L'exercice 2 s'intéresse à différentes configurations permettant de courber un faisceau d'ions avec un champ magnétique.
- L'exercice 3 propose l'étude du fer métallique.
- L'exercice 4 traite de réactions acide-base.

Exercice 1 : Mouvement d'un électron dans l'expérience de Millikan (~ 45% de la partie physique)

On étudie dans cet exercice l'expérience de Millikan sur l'effet photoélectrique, illustrée sur la figure 1. Un faisceau de lumière de fréquence ν et de puissance P vient frapper une électrode métallique (cathode). Dans certaines conditions, des électrons sont arrachés au métal. Une fois extraits de ce métal, ces électrons ont initialement une énergie cinétique E_{c0} et sont émis dans toutes les directions. On notera m la masse des électrons et $-e < 0$ leur charge électrique. On négligera leur poids. L'expérience étant réalisée dans un vide poussé, on négligera aussi les frottements. Le référentiel terrestre sera supposé galiléen.

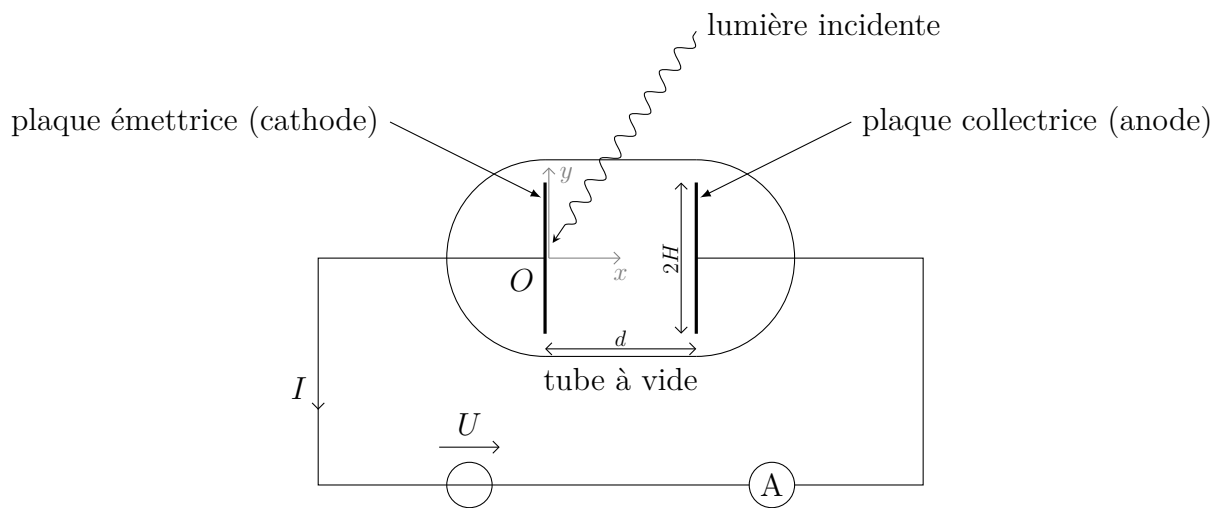


FIGURE 1 – Schéma de l'expérience de Millikan

Un générateur de tension continue U (algébrique) crée une différence de potentiel entre 2 plaques, et donc un champ électrostatique \vec{E} , supposé uniforme entre les plaques de hauteur $2H$ et séparées par une distance d (voir figure 1).

- Q1. On considère un électron émis du point O avec une énergie cinétique E_{c0} et vitesse initiale dirigée selon \vec{u}_x .
- Préciser, sans calculs, mais en justifiant la réponse, la nature de son mouvement dans l'espace entre les plaques.
 - En utilisant une méthode énergétique, exprimer la vitesse v_f de l'électron quand il atteint l'anode en fonction de e , U , m et la vitesse initiale v_0 . Montrer que pour $U < U_0$, l'électron n'atteint pas l'anode. Que peut-on en conclure concernant le courant I mesuré par l'ampère-mètre ? U_0 est appelée tension d'arrêt.
- Q2. La position initiale de l'électron est maintenant quelconque sur la cathode, notée $M_0 (x_0 = 0 ; y_0)$ avec $-H < y_0 < H$. La vitesse initiale de l'électron est : $\vec{v}_0 = v_0(\cos \alpha \vec{u}_x + \sin \alpha \vec{u}_y)$ où α est algébrique, compté positivement dans le sens trigonométrique. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire sous la forme $x = f(y - y_0)$. On exprimera cette équation en fonction de $(y - y_0)$, α , d et du paramètre $\eta = \frac{2eU}{mv_0^2}$.

Q3. On s'intéresse aux électrons arrachés en O .

- (a) La figure 2 présente les trajectoires observées pour ces électrons arrachés en O pour $\alpha = \frac{\pi}{6}$ et pour 5 valeurs différentes de η : $-0,5$; $-0,1$; $0,5$; 1 et 5 . Associer les valeurs de η correspondant à chacune des courbes (numérotées de ① à ⑤), en justifiant.
- (b) On suppose $U > 0$. Pour $\alpha = \frac{\pi}{2}$, déterminer la valeur de y quand l'électron arrive sur l'anode. En déduire qu'il existe une tension U_M au-delà de laquelle tous les électrons émis en O sont reçus par l'anode de hauteur $2H$. On exprimera U_M en fonction de m , v_0 , e , d et H .
- (c) Commenter la dépendance de U_M en v_0 et en $\frac{d}{H}$.

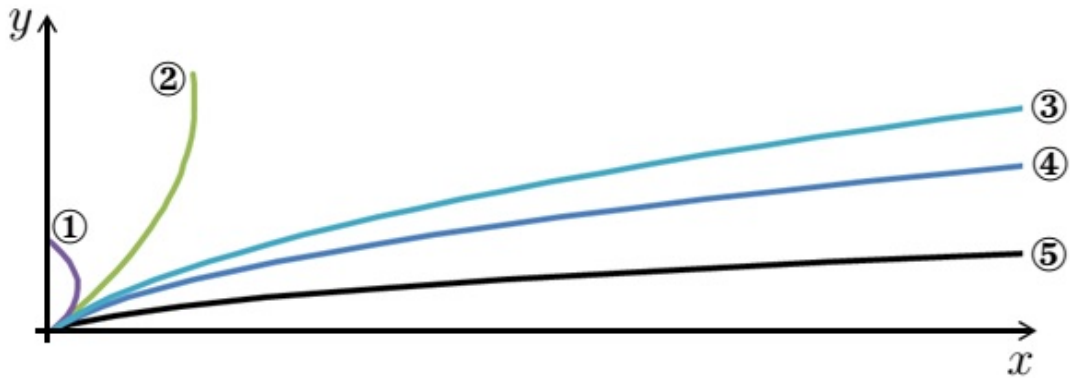


FIGURE 2 – Allure des trajectoires pour différentes valeurs de η

Exercice 2 : Manipulation de faisceaux ioniques ($\sim 55\%$ de la partie physique)

On étudie dans cet exercice l'utilisation de champs magnétiques pour manipuler des ions. Ceux-ci se propagent dans un vide poussé, on néglige les frottements et l'effet du poids sur les mouvements considérés. On travaille dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Les deux parties sont indépendantes, mais dans tout l'exercice, le champ magnétique sera considéré uniforme, d'intensité $\|\vec{B}\|$ dans une région finie de l'espace (grisée sur les figures 1 et 2) et nul partout ailleurs. Les ions sont considérés non relativistes.

Partie I. Configuration 1

- Q1. On considère le mouvement d'un ion de charge $q > 0$ et de masse m dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{u}_z$ ($B > 0$) dans le cas où sa vitesse initiale est $\vec{v}_0 = v_0\vec{u}_x$ ($v_0 > 0$).
- Montrer que le mouvement de l'ion est plan.
 - Exprimer la force de Lorentz subie par l'ion dans la base de Frenet. En déduire que sa trajectoire est un cercle, et établir l'expression de son rayon R .

On considère un faisceau d'ions de largeur H selon \vec{u}_y pénétrant dans une zone de champ magnétique non nul comprise entre les plans $x = 0$ et $x = \ell$. Tous les ions pénètrent en $x = 0$ avec la même vitesse $\vec{v}_0 = v_0\vec{u}_x$ ($v_0 > 0$).

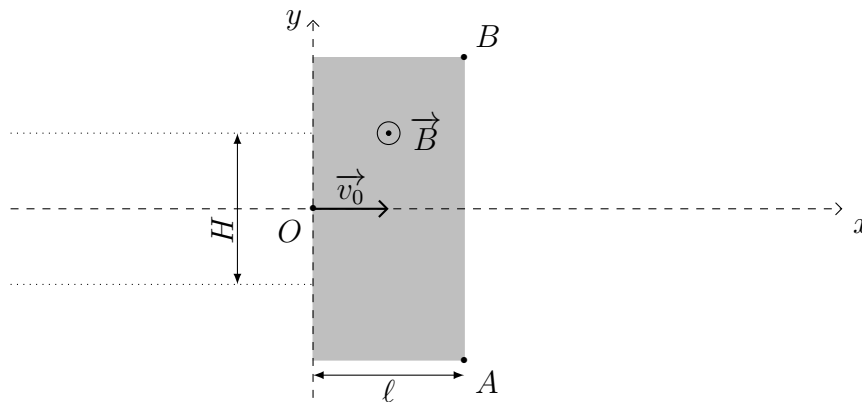


FIGURE 1 – Configuration 1

- Q2. Reproduire sur votre copie le schéma de la figure 1 et tracer l'allure de la trajectoire des ions pour $q > 0$. Faire apparaître la force subie par l'ion en deux points de cette trajectoire.
- Q3. Déterminer une condition sur la vitesse v_0 pour qu'un faisceau de cations traverse la zone de largeur ℓ (c'est à dire passe entre les points A et B , et on suppose que $AB > \ell$).
- Q4. Dans le cas où cette condition est vérifiée, on s'intéresse au faisceau émergent :
- Faire un schéma clair et légendé représentant le faisceau dans la zone de champ magnétique et à la sortie de cette zone. On notera α l'angle que forment les vecteurs vitesse avec la direction x en sortie de la zone de champ magnétique, et H' la largeur du faisceau en sortie de la zone de champ magnétique.
 - Déterminer la direction dans laquelle se propage le faisceau en sortie : pour cela, exprimer $\sin \alpha$ en fonction de q , ℓ , B , m et v_0 .
 - Déterminer la largeur (H') du faisceau en sortie de la zone de champ magnétique. On exprimera H' en fonction de q , ℓ , B , m , v_0 et H .

Partie II. Configuration 2

Partie adaptée de l'épreuve Mines-Pont filière PC 2002.

Une source S d'ions positifs émet un étroit pinceau de particules, de masse m_1 et de charge q . Ces ions, dont la vitesse initiale peut être supposée nulle, sont accélérés par une différence de potentiel U . Le faisceau traverse une fente fine centrée sur le point F et arrive en A dans la région grisée, où règne un champ magnétique \vec{B} uniforme et constant, perpendiculaire au plan de la figure 2.

Valeurs numériques : $q = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_1 = 3,90 \times 10^{-25} \text{ kg}$; $U = 50 \text{ kV}$; $OA = R = 50 \text{ cm}$

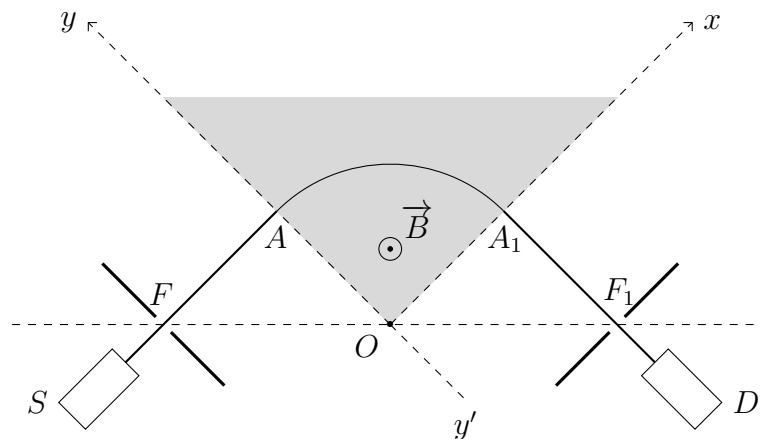


FIGURE 2 : Configuration 2
(les points F et F_1 se trouvent au centre des fentes du dispositif)

Q5. La vitesse \vec{v} des ions à l'entrée dans la zone de champ \vec{B} est supposée être dans le plan de la figure 2, perpendiculaire à (Oy) . Vérifier que ces ions ne sont pas relativistes.

Les ions ne sont soumis au champ \vec{B} que dans une région grisée de la figure 2, limitée par deux plans perpendiculaires (Ozx) et (Ozy) . La droite (FO) est la bissectrice de l'angle $(y'Ox)$. Une autre fente fine centrée en F_1 symétrique de F par rapport à O est placée perpendiculairement au faisceau.

Q6. On considère un fin pinceau d'ions traversant la première fente (de centre F) avec une vitesse de direction faisant un angle ε petit avec FA dans le plan de la figure, et de norme identique aux ions envoyés dans la direction FA (voir figure sur l'annexe).

- Justifier que leur trajectoire dans la zone où règne \vec{B} sera circulaire. Représenter cette trajectoire sur l'annexe 1 **à rendre avec la copie**. Expliquer clairement la position de son centre et la valeur de son rayon. On pourra annoter le schéma avec des distances utiles aux explications.
- Déterminer, en utilisant un argument de symétrie, le point F'_1 où viennent converger ces ions, après traversée de la région grisée.

Q7. On considère un pinceau homocinétiq ue issu de F , dont le vecteur vitesse fait un petit angle ε' , cette fois-ci avec le plan de la figure.

- Expliquer le mouvement des ions ainsi émis.
- Montrer que pour récolter tous les ions émis de part et d'autre du plan de la figure, il faut une fente centrée en F_1 longueur ℓ perpendiculairement au plan de la figure telle que $\ell = R(4 + \pi)\varepsilon'$. ε' étant très petit devant 1 radian, on pourra utiliser les approximations : $\sin \varepsilon' \approx \varepsilon'$ et $\cos \varepsilon' \approx 1$.
- Faire l'application numérique pour $R = 50 \text{ cm}$ et $\varepsilon' = 1 \times 10^{-3} \text{ rad}$.

- Q8. Le faisceau émis par la source est maintenant un mélange d'isotopes de masses respectives m_1 et $m_2 = m_1 + \Delta m$, avec $0 < \Delta m \ll m_1$. On ne change pas les réglages du spectrographe et les ions de masse m_2 convergent en un point F_2 . Déterminer la distance F_1F_2 entre les pinces d'ions de masses m_1 et m_2 lorsqu'ils traversent le plan de la fente centrée en F_1 . Le résultat sera exprimé en fonction de R , Δm et m_1 .
- Q9. Quelle largeur maximale s (avec $s \ll R$) peut-on donner à la fente centrée en F_1 pour obtenir une séparation effective des deux isotopes? Faire l'application numérique pour $R = 50$ cm et $\frac{\Delta m}{m_1} = \frac{3}{235}$.
- Q10. L'intensité du faisceau est $I = 5$ mA. La source est alimentée en Uranium naturel contenant 0,7% de $^{235}\text{U}^+$ et 99,3% $^{238}\text{U}^+$. Quelle masse de l'isotope $^{235}\text{U}^+$ pourrait-on isoler ici en une année de fonctionnement continu?
Données : $M(^{235}\text{U}^+) = 235$ g·mol⁻¹ ; $M(^{238}\text{U}^+) = 238$ g·mol⁻¹

Exercice 3 : Étude cristallographique du fer ($\sim 40\%$ de la partie chimie)

Exercice adapté de l'épreuve E3A 2019 filière MP.

À pression ambiante, le fer peut cristalliser sous différentes formes :

- Pour des températures inférieures à $912\text{ }^\circ\text{C}$: le fer, appelé fer α , cristallise dans un système cubique centré (CC).
- Pour des températures entre $912\text{ }^\circ\text{C}$ et $1538\text{ }^\circ\text{C}$: le fer, appelé fer γ , cristallise dans un système cubique faces centrées (CFC).

Données :

Rayon métallique du fer :

- Dans la variété α : $r_{\text{Fe}\alpha} = 124\text{ pm}$
- Dans la variété γ : $r_{\text{Fe}\gamma} = 127\text{ pm}$

Masse molaire du fer : $M(\text{Fe}) = 55,8\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$

- Q1. Pour les deux structures (CC) et (CFC), donner, en justifiant, la population de la maille (= le nombre d'atomes de fer par maille) ?
- Q2. Expliquer à l'aide de schémas clairs, comment s'effectue le contact entre les atomes dans la situation de compacité la plus élevée pour chacune de ces deux structures (CC) et (CFC). En déduire la relation entre le paramètre de maille a et le rayon atomique r_{Fe} dans chacune des structures.
- Q3. En déduire les masses volumiques théoriques du fer α et du fer γ .

Document 1: Procédés d'élaboration des aciers

Un acier est un alliage de fer et de carbone. Le carbone est ajouté en faible quantité entre 0,2% et 2% en masse. Il confère à l'acier une très grande dureté. Les atomes de carbone occupent des sites interstitiels de la structure cristalline du fer. Il existe deux variétés allotropiques stables de l'acier. Pour une température inférieure à environ $900\text{ }^\circ\text{C}$, la forme stable est la *ferrite* de structure cubique centrée comme le fer α . Pour une température supérieure à cette valeur, la forme stable est l'*austénite* qui est de structure cubique faces centrées, comme le fer γ . **La ferrite ne peut contenir que très peu de carbone, au contraire, le carbone est très soluble dans l'austénite.** Pour obtenir un acier à forte teneur en carbone, on utilise le procédé de trempe. La pièce en acier est chauffée lentement en présence de carbone au-delà de $900\text{ }^\circ\text{C}$ afin que les atomes de carbone aient le temps de diffuser vers les cristaux d'austénite qui se forment. La trempe consiste à refroidir subitement la pièce en la trempant dans l'eau de manière à figer les atomes de carbone dans la structure cristalline avant qu'ils n'aient le temps de sortir par diffusion. On obtient alors une forme riche en carbone à température ambiante appelée martensite. La structure cristalline martensite est proche de la structure cubique centrée du fer mais la maille moyenne est légèrement déformée dans une direction ce qui lui donne une forme parallélépipédique à base carrée.



- Q4. Dans le fer α , des atomes de carbone peuvent s'insérer dans des sites octaédriques irréguliers, situés aux centres des faces de la maille ou aux milieux des arêtes. La ferrite est un acier correspondant à un alliage de formule FeC $_x$, obtenu par occupation partielle de ces sites.
- Déterminer la formule du composé X qui aurait tous les sites octaédriques du fer α occupés.
 - Calculer l'habitabilité de l'interstice octaédrique, c'est-à-dire le rayon théorique r' de l'atome de carbone inséré dans ces aciers en supposant qu'il y a tangence des atomes de fer et de carbone, sans déformer le réseau cubique centré.
 - En déduire la compacité théorique de X .
 - Le rayon atomique du carbone est en réalité de $r_C = 77$ pm. Évaluer la composition limite de l'alliage FeC $_x$, en admettant que la compacité soit celle calculée pour X mais que le réseau ne soit globalement pas déformé.
- Q5. Présenter les différents types de sites interstitiels présents dans une maille de fer γ (cubique face centrées). Pour chaque type, préciser les positions dans la maille, le nombre pour une maille, l'habitabilité (valeur numérique pour le fer γ). Justifier la phrase en gras dans le texte du document 1.
- Q6. Pour vérifier cette affirmation en gras, calculer la composition limite FeC $_y$ avec les mêmes hypothèses qu'à la question Q4 (d).

Exercice 4 : Réactions acido-basiques ($\sim 60\%$ de la partie chimie)

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie I. Diacide sulfureux

La figure 1 ci-dessous donne les courbes de répartition des différentes formes acido-basiques du diacide sulfureux H_2SO_3 .

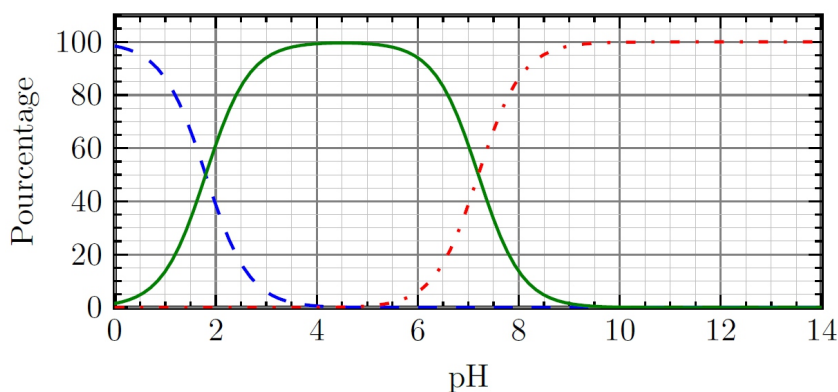


FIGURE 1 : Courbes de distribution des différentes formes acido-basiques du diacide sulfureux H_2SO_3

- Q1. Attribuer, en justifiant, les courbes aux différentes formes acido-basiques (dont on donnera la formule chimique).
- Q2. Déterminer les $\text{p}K_A$ des couples successifs du diacide sulfureux.
- Q3. Construire le diagramme de prédominance associé.
- Q4. On considère une solution d'acide sulfureux, telle que la concentration totale en espèces sulfurées soit égale à $C_1 = 0,1 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$, et dont on a fixé le pH à 2,5. Déterminer, par lecture des courbes de distribution, les concentrations des différentes formes.
- Q5. On reprend la même solution, au même pH qu'à la question précédente. En faisant une approximation basée sur une hypothèse, prévoir par le calcul les expressions des concentrations des différentes formes $[\text{SO}_3^{2-}]$, $[\text{HSO}_3^-]$, et $[\text{H}_2\text{SO}_3]$ en fonction de $[\text{H}_3\text{O}^+]$, de K_{A1} et de C_1 . Vérifier si les valeurs numériques calculées correspondent aux valeurs obtenues graphiquement à la question précédente.

Partie II. Désinfection de l'eau d'une piscine avec de l'eau de Javel

Adapté de l'épreuve Centrale 2006.

L'eau de Javel est une solution aqueuse équimolaire d'ions Na^+ et ClO^- . Le degré chlorométrique désigne le nombre de litres de dichlore qui peuvent être libérés par l'addition d'acide chlorhydrique en quantité non limitante (= en excès) à un litre d'eau de Javel dans les conditions normales de température et de pression (273 K, 1013 hPa).

Données :

- $\text{p}K_A$ du couple $\text{HClO}/\text{ClO}^- = 7,5$
- $K_e = 10^{-14}$
- Masse molaire du chlore : $M(\text{Cl}) = 35,5 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
- En milieu acide l'eau de Javel subit une transformation complète représentée par :



- Q6. À combien de moles de dichlore correspond un litre d'eau de Javel commerciale à 48 « degrés chlorométriques » ?
- Q7. On considère une solution S_1 contenant des ions ClO^- , pour laquelle la concentration en élément chlore vaut $1 \text{ mg}\cdot\text{L}^{-1}$. Déterminer la concentration C_1 des ions ClO^- dans cette solution S_1 (en $\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$). On négligera les concentrations des autres espèces chlorées.
- Q8. Quel volume d'eau de Javel commerciale à 48 degrés chlorométriques faut-il verser dans une piscine de 60 m^3 (qui contient initialement de l'eau pure), pour obtenir la même concentration C_1 en ions ClO^- dans la piscine ? Pour l'application numérique, on prendra $C_1 = 2,8 \times 10^{-5} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$, et on négligera les concentrations des autres espèces chlorées.
- Q9. Après cet ajout, quel est le pH de l'eau de la piscine ?
- Q10. Quel volume V_2 d'acide chlorhydrique à la concentration $C_2 = 9 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ doit-on verser pour faire passer le pH de cette eau de 8,5 à 7,5 ?

Proposition de piste de résolution : Après avoir établi un bilan des espèces présentes dans l'eau de la piscine « javellisée », déterminer la réaction prépondérante puis le nouvel état d'équilibre. Reprendre le raisonnement à partir de ce nouvel état d'équilibre.