

**Devoir surveillé n° 4**

Durée : 3 heures

Préambule : Exemple d'en-tête de concours

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte. Il est recommandé de lire le texte en entier. L'usage de la calculatrice est autorisé. Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Plan :

Ce problème se compose de 4 exercices indépendants :

- L'exercice 1 porte sur la structure et les propriétés de quelques molécules.
- L'exercice 2 s'intéresse à deux matériaux (bien différents!) composés d'atomes de carbone.
- L'exercice 3 propose l'étude de la propagation d'une onde sur une corde.
- L'exercice 4 traite de l'écho particulier entendu devant une pyramide maya.

Exercice 1 : Structure et propriétés de molécules ($\sim 25\%$)

Données pour l'exercice 1

Numéro atomiques : $Z(\text{H}) = 1$; $Z(\text{C}) = 6$; $Z(\text{N}) = 7$; $Z(\text{O}) = 8$; $Z(\text{S}) = 16$

Électronégativités : $\chi(\text{H}) = 2,20$; $\chi(\text{C}) = 2,55$; $\chi(\text{N}) = 3,04$; $\chi(\text{O}) = 3,44$; $\chi(\text{S}) = 2,58$; $\chi(\text{Cl}) = 3,16$

Moment dipolaire de la liaison O—H : $\mu_{\text{OH}} = 1,52 \text{ D}$

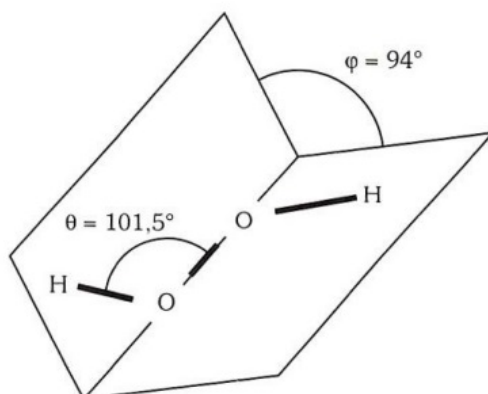
Solvant	eau	méthane	éthane	butane	méthanol	dichlorométhane
Formule	H_2O	CH_4	C_2H_6	C_4H_{10}	CH_3OH	CH_2Cl_2
Solubilité dans l'eau	-	$22 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$	$60,2 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$	$62 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$	miscible	$13 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$
Température d'ébullition (°C sous 1 bar)	100	-161,52	-88,6	-0,5	65	40

Extrait de la fiche toxicologique du dichlorométhane :

Le dichlorométhane est un liquide incolore, très volatil, d'odeur éthérée généralement détectable vers 200 - 300 ppm (dès 25 ppm ou seulement vers 600 ppm selon certaines sources).

Il est peu soluble dans l'eau (13 à $20 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ à 20°C), mais miscible avec la plupart des solvants organiques. En outre, le dichlorométhane dissout de nombreux produits tels que graisses, huiles, résines, etc.

Géométrie de la molécule H_2O_2 (eau oxygénée) :



- Q1. Donner la/les formule de Lewis des molécules et ions (non cycliques) suivants (on ne donnera que les formules de Lewis qui respectent les règles du duet et de l'octet). Dans chaque cas, détailler le calcul du nombre de doublets et des charges formelles (attention, il est rappelé qu'un schéma de Lewis n'est correct que si les charges formelles y apparaissent lorsque certains atomes en portent). Indiquer les éventuelles formes mésomères, en précisant laquelle est la plus contributive (= celle qui représente le mieux la réalité de la molécule).
- (a) l'ozone O_3
 - (b) l'ion thiocyanate SCN^- (C est l'atome central)
 - (c) l'ion nitrate NO_3^- (N est l'atome central)
- Q2. Indiquer si les molécules CH_4 , C_2H_6 , CH_3OH et CH_2Cl_2 sont polaires. Justifier.
- Q3. Expliquer la différence entre les températures d'ébullition du méthane, de l'éthane et du butane.
- Q4. Expliquer la différence entre les températures d'ébullition du méthane et du méthanol.
- Q5. Expliquer la différence de solubilité dans l'eau entre le méthane, le méthanol et le dichlorométhane.
- Q6. Expliquer en quoi le dichlorométhane est ou n'est pas un bon solvant d'extraction d'huiles organiques et d'esters.
- Q7. La molécule d'eau oxygénée H_2O_2 est elle polaire ? Si oui, représenter sur un schéma son moment dipolaire $\overrightarrow{\mu_{H_2O_2}}$ (direction et sens). Déterminer littéralement puis numériquement sa valeur $\mu_{H_2O_2}$ (en debye).

Exercice 2 : Autour du carbone ($\sim 25\%$)

Exercice adapté de l'épreuve MP Centrale Supélec 2007.

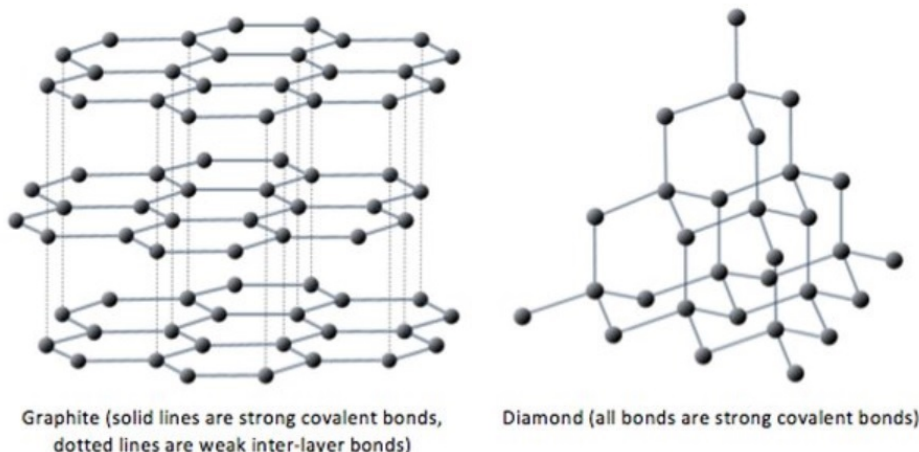
Numéros atomiques : $Z(\text{C}) = 6$; $Z(\text{O}) = 8$

Longueur des liaisons : $\text{C}-\text{O} : 143 \text{ pm}$; $\text{C}=\text{O} : 122 \text{ pm}$; $\text{C}\equiv\text{O} : 112 \text{ pm}$

Conversion d'unité : $1 \text{ D} = 3,34 \times 10^{-30} \text{ C}\cdot\text{m}$

Partie I. Le carbone cristallin

Le carbone solide existe sous plusieurs variétés allotropiques dont le graphite (principal composant des mines de crayon) et le diamant :



Microscopiquement, le graphite présente une structure en feuillets parallèles :

- Dans chaque feuillet, les atomes de carbone sont liés par des liaisons covalentes formant une suite d'hexagones, rappelant les alvéoles d'une ruche. La distance entre chaque atome de carbone est $d = 0,14 \text{ nm}$. Le graphite peut conduire l'électricité en raison des électrons délocalisés (libres) dans sa structure.
- Les feuillets sont empilés les uns sur les autres avec un léger décalage (voir schéma ci-dessus), comme les feuilles d'un livre. La distance entre les feuillets est en moyenne de $D = 0,335 \text{ nm}$. Il existe des liaisons faibles (type Van der Waals) entre les feuillets. Dès que l'on exerce une contrainte mécanique, les feuillets glissent les uns par rapport aux autres et, éventuellement, ils se séparent. Ceci explique la friabilité du graphite et ses propriétés lubrifiantes.

Le diamant, quant à lui, présente une structure où chaque atome de carbone est au centre d'un tétraèdre régulier dont chaque sommet est occupé par un autre atome de carbone lié à ses proches voisins par une liaison covalente.

- Q1. Donner la structure électronique du carbone, puis justifier la structure tétraédrique du diamant.
- Q2. Représenter les atomes d'une partie de feuillet de graphite puis dénombrer le nombre de liaisons covalentes formées par chaque atome de carbone. Justifier la présence d'électrons libres qui permettent

le passage du courant électrique.

- Q3. Nommer les 3 types d'interactions rassemblées dans le terme « forces de Van der Waals ». De quel type sont les interactions présentes entre deux feuillets de graphite ? Justifier.

Le carbone présente des isotopes : les carbones 12, 13 et 14, de masses molaires respectives $12,0000 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, $13,0000 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ et $14,0000 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

- Q4. Qu'est-ce qu'un isotope ?

- Q5. Sachant que la masse molaire du carbone naturel vaut $12,0111 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ et en supposant que celui-ci ne contient pas de carbone 14, donner, en pourcentage, les fractions massiques de carbone 12 et 13.

Partie II. Les oxydes dérivés du carbone

- Q6. Proposer deux formules mésomères pour le monoxyde de carbone (attention, il est rappelé qu'un schéma de Lewis n'est correct que si les charges formelles y apparaissent lorsque certains atomes en portent). Sachant que la longueur de la liaison CO dans le monoxyde de carbone vaut 113 pm, indiquer quelle est la forme qui contribue le plus à la description de la molécule CO.

- Q7. Donner, en justifiant, les positions des éléments carbone et oxygène dans la classification périodique. En déduire lequel de ces deux atomes est le plus électronégatif. Est-ce en accord avec la distribution des charges formelles établie à la question Q6 ?

- Q8. On mesure la norme du moment dipolaire de la molécule CO : $\|\vec{\mu}\| = 0,146 \text{ D}$.

- (a) Représenter le moment dipolaire de la molécule CO avec les conventions habituelles.
- (b) Calculer la charge q ou $-q$ portée par chaque atome, en la notant sous la forme d'une fraction δ de la charge élémentaire e : $q = \delta e$.

Exercice 3 : Onde sur une corde éclairée au stroboscope ($\sim 25\%$)

Une corde de longueur $L = 1\text{ m}$ est tendue entre un point S d'une lame vibrante et un dispositif qui évite la réflexion des ondes incidentes.

La corde au repos est horizontale, confondue avec l'axe (Ox) . La lame vibrante peut communiquer au point S un mouvement vertical (selon l'axe Oy) périodique, de fréquence f , représenté par une fonction sinusoïdale notée $y_S(t)$.

Le mouvement vertical du point S débute à $t = 0\text{ s}$. À cet instant initial, S est sur l'axe Ox , confondu avec l'origine O et possède une vitesse verticale ascendante v_S .

Q1. Représenter le schéma du dispositif en indiquant les axes.

Q2. Établir l'équation horaire du point S , c'est-à-dire l'expression littérale de $y_S(t)$. Exprimer l'amplitude et la phase à la l'origine en fonction des données.

Q3. On éclaire la corde par une lumière stroboscopique.

Aucune connaissance préalable du stroboscope n'est nécessaire. Vous devez comprendre son fonctionnement et son utilisation à partir des indications données.

Le stroboscope envoie des éclairs lumineux sur la corde à une fréquence f_{st} . Ceci a pour conséquence de figer l'état de la corde (équivalent à prendre une photo) avec une périodicité égale à $T_{st} = \frac{1}{f_{st}}$.

L'onde qui se propage le long de la corde a, quant à elle, une fréquence f .

(a) Les 2 premières séries d'enregistrements données sur la figure 1 ci-dessous représentent la corde pour 3 éclairs successifs, elles donnent l'impression visuelle que l'onde avance ou recule. Une situation correspond au cas où $f < f_{st}$, l'autre au cas où $f > f_{st}$. Déterminer, en justifiant, à quel cas se rapporte chacune des séries.

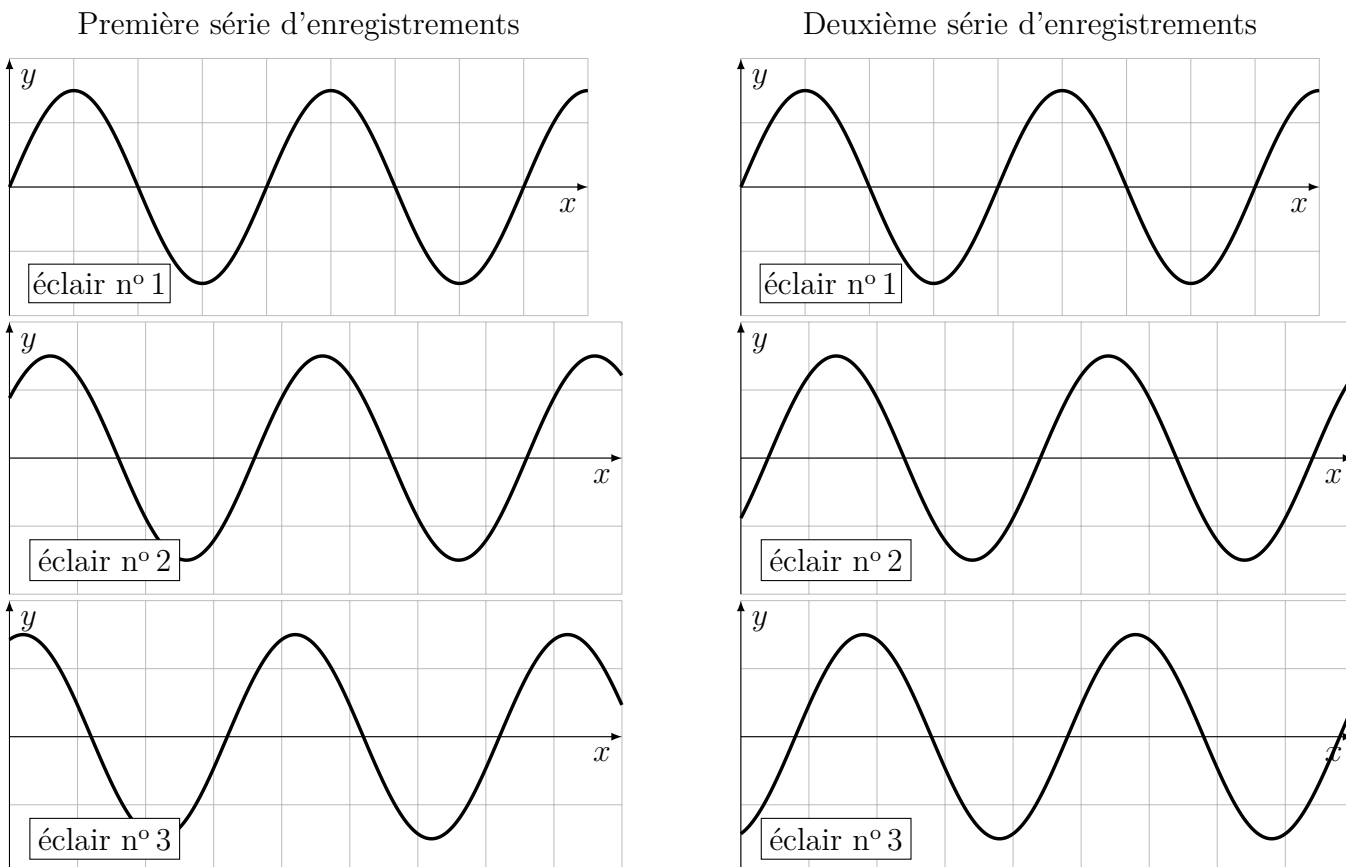


FIGURE 1 – Première et deuxième séries d'enregistrements

- (b) Sur les 2 derniers enregistrements (figure 2) qui ne comportent que 2 éclairs, un cas correspond à $f_{st} = 2f$, l'autre à $f_{st} = \frac{f}{2}$. Retrouver à quel cas corresponde chacun des enregistrements. Pourquoi n'avoir fait figurer que 2 éclairs ? Pour les 2 cas, reproduire l'état de la corde pour un grand nombre d'éclairs successifs.

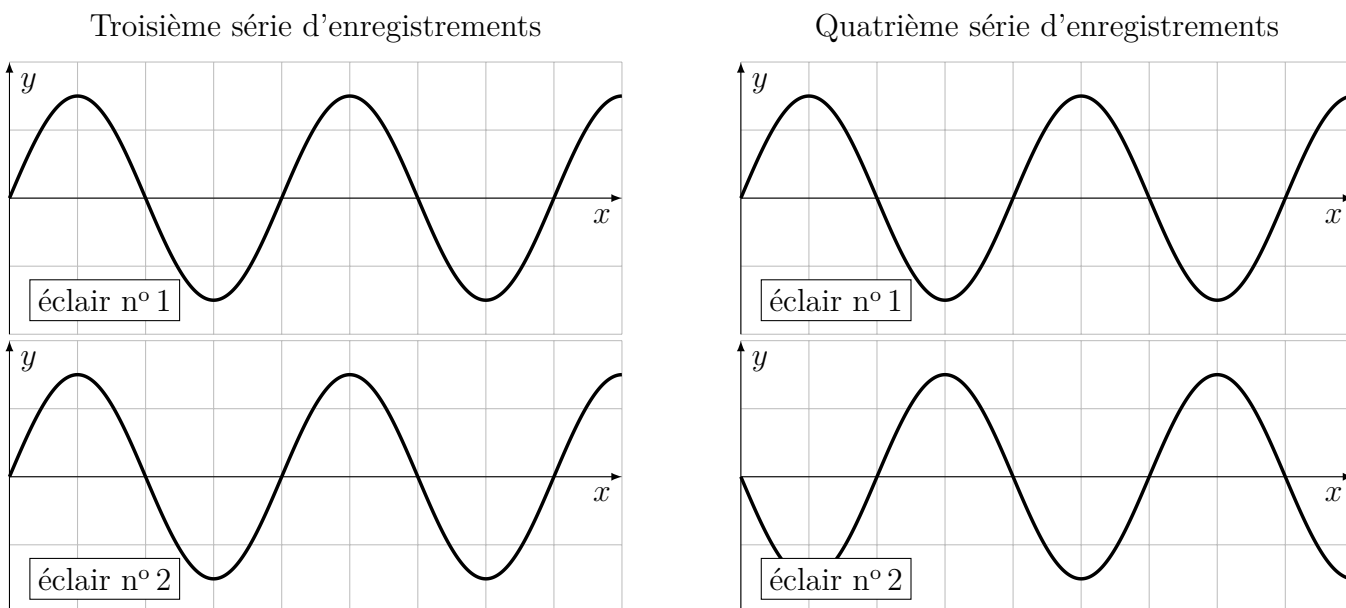


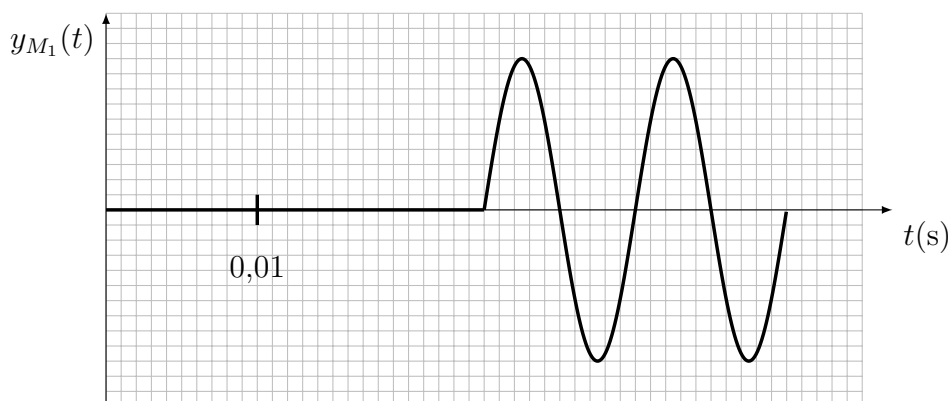
FIGURE 2 – Troisième et quatrième séries d'enregistrements

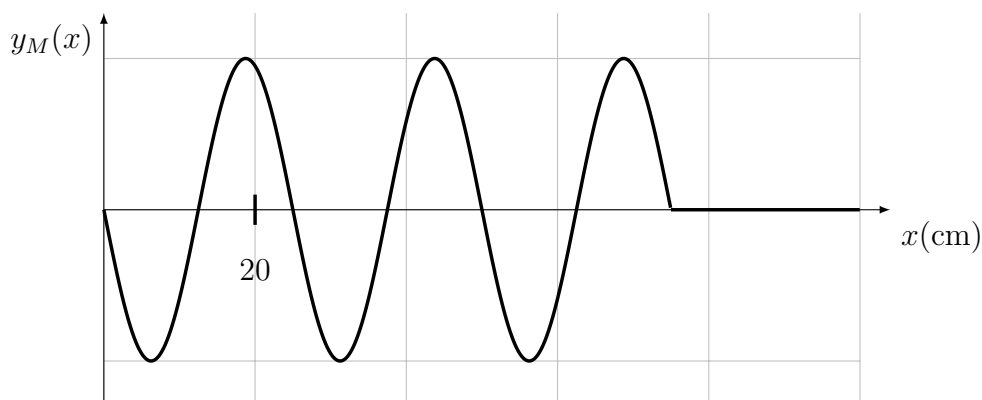
Q4. La corde sur laquelle se propage l'onde étant éclairée par le stroboscope, on constate que la plus grande valeur de la fréquence des éclairs pour laquelle la corde paraît immobile est $f_{st} = 100$ Hz.

- En justifiant votre réponse, vérifier que $f = f_{st} = 100$ Hz.
- Établir l'équation horaire du mouvement d'un point quelconque M situé à la distance $x = SM$ de la source, soit $y_M(t) = y(x, t)$.
- La plus petite distance entre 2 points de la corde vibrant en quadrature de phase est de 6,25 cm. Les 2 points sont notés M_1 et M_2 et leurs abscisses sont x_1 et $x_2 > x_1$. Que signifie « quadrature de phase » pour ces 2 points ?
En déduire la célérité c avec laquelle l'onde se propage le long de la corde. Déterminer le nombre et la position des points vibrant en quadrature retard avec le point S .
(vos résultats doivent être démontrés)

On donne les 2 courbes suivantes :

- la figure 3 représente le diagramme du mouvement d'un point M_1 de la corde d'abscisse $x_1 = SM_1$;
- la figure 4 donne l'aspect de la corde à l'instant t_2 .

FIGURE 3 – Mouvement d'un point M_1 de la corde d'abscisse $x_1 = SM_1$

FIGURE 4 – Aspect de la corde à l'instant t_2

Q5. À partir des figures 3 et 4 :

- Déterminer l'abscisse x_1 de M_1 .
- Déterminer l'instant t_2 auquel on observe l'aspect de la corde.
- Déduire de la figure 4 l'aspect de la corde à la date $t_3 = t_2 + 0,25 T$. Représenter la corde à cet instant t_3 .
- Peut-on déterminer la vitesse v_S à partir des enregistrements ? Expliquer la démarche.

Exercice 4 : Écho de la grande pyramide de Chichén Itzá ($\sim 25\%$)

Exercice extrait de l'épreuve de physique Mines-Pont PSI 2020.



FIGURE 1-a – Vue d'une arête de la grande pyramide Maya de Chichén Itzá (Cuculcàn).



FIGURE 1-b – Vue d'une face de la grande pyramide Maya de Chichén Itzá (Cuculcàn). Au centre de la photographie, se trouve le grand escalier.

Sur le site archéologique de Chichén Itzá, situé dans le Yucatán à 200 km à l'ouest de Cancùn, se trouve le temple Maya Cuculcàn, en forme de pyramide à base carrée (figure 1-a). Sur chaque face de la pyramide, se trouve un grand escalier central comportant 91 marches qui culmine à $H = 24\text{ m}$ au-dessus du sol (figure 1-b).

Ce monument, érigé autour du X^e siècle de notre ère, est classé au patrimoine mondial de l'UNESCO. Une de ses particularités a fait l'objet d'études archéoacoustiques : un clap produit en frappant dans ses mains face à l'escalier retourne un écho qui imite, de manière stupéfiante, le chant de l'oiseau sacré endémique quetzal (*pharomachrus mocinno*).

La question se pose alors de savoir si ce monument a été érigé en respectant les contraintes acoustiques de reproduction du gazouillement de l'oiseau, ou bien s'il s'agit d'une simple coïncidence. Si la question reste ouverte, l'analyse physique apporte à l'archéologie quelques éléments notamment en permettant de comprendre l'origine de ce phénomène.

Partie I. Diffraction du son par une marche de l'escalier

Lorsque l'on frappe dans ses mains en face de l'escalier, depuis une position S que l'on supposera voisine du sol (figure 2), le clap produit se propage dans l'air en direction des marches. Ces dernières sont modélisées par des obstacles de petite dimension, qu'on localise arbitrairement en S_n (les arêtes des marches), n allant de 0 à $N = 91$. On note $a = 20\text{ m}$ la distance entre S et le bas S_0 des marches de la pyramide.

La hauteur $b = 26,3\text{ cm}$ des marches est égale à leur profondeur de sorte que les arêtes S_n soient contenues dans un plan formant un angle de 45° par rapport au plan horizontal.

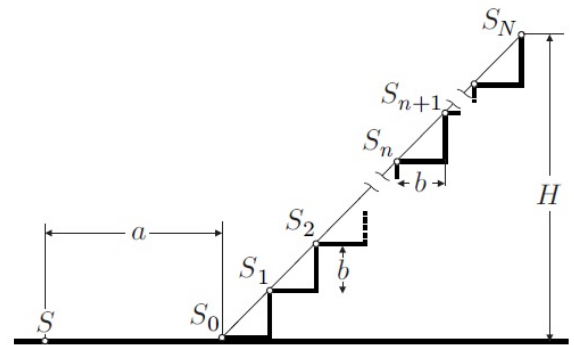


FIGURE 2 – Schéma de l'escalier en coupe.

L'hypothèse testée est que l'écho entendu par l'auteur du clap, ressemblant à s'y méprendre au chant du quetzal, résulte de la diffraction du son sur les marches de l'escalier.

Le clap émis en S , à un instant pris comme origine temporelle, est un signal bref, noté $s(t)$ au point d'émission S . La distance entre S et l'arête de la n -ième marche est appelée $d_n = SS_n$. Pour modéliser la propagation du son, on note $\Psi(M, t)$ la fonction qui décrit l'onde sonore en un point M de l'espace à l'instant t : par exemple ici $\Psi(S, t) = s(t)$. On note $c_s \approx 340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ la célérité du son dans l'air. On assimilera la propagation de l'onde le long de l'axe SS_n à une propagation unidimensionnelle linéaire non dispersive ; ainsi, on ignore toute variation d'amplitude au cours de la propagation. Lorsque l'onde atteint une arête S_n , elle est « renvoyée » dans toutes les directions (par diffraction), et en particulier, dans la direction S_nS .

On suppose qu'après diffraction, la fonction décrivant l'onde retour, notée $\Psi'(M, t)$, dont la propagation est encore supposée unidimensionnelle (modélisation identique à celle de l'onde incidente), s'écrit en S_n : $\Psi'(S_n, t) = \kappa \Psi(S_n, t)$ où κ est un facteur (nombre sans dimension) indépendant de n .

- Q1. Exprimer $\Psi(S_n, t)$ puis $\Psi'(S, t)$ en fonction notamment de la fonction s . (pour cela, on pourra d'abord établir l'expression du retard lié à la propagation, d'abord en S_n puis au retour en S).

Le spectre du clap $s(t)$ dans le domaine audible est continu : toutes les fréquences y sont présentes. On supposera par ailleurs qu'elles ont toutes la même amplitude. On considère une composante harmonique $s_\omega(t)$ du clap, de pulsation ω , dont on suppose la phase $\phi(t)$ nulle à l'origine temporelle soit $s_\omega(t) = s_m \cos[\phi(t)]$. On prendra $\phi(t) = \omega t$ et on considère que s_m ne varie pas dans le temps.

- Q2. Montrer que la phase $\phi'_n(t)$ à l'instant t de la composante harmonique de pulsation ω de l'onde retour en S diffractée en S_n vaut :

$$\phi'_n(t) = \omega \left(t - \frac{2d_n}{c_s} \right)$$

Partie II. Superposition constructive en S

Le clap étant bref, on suppose que seules deux marches consécutives diffractent le son incident. On note la différence de phase en S entre les deux ondes retour diffractées $\Delta\phi'_n(t) = \phi'_n(t) - \phi'_{n+1}(t)$.

- Q3. Exprimer $\Delta\phi'_n(t)$ en fonction notamment des distances d_n et d_{n+1} .

On fait l'hypothèse que les seules fréquences audibles sont celles pour lesquelles les ondes diffractées se superposent constructivement.

- Q4. Dédire de cette hypothèse l'ensemble des fréquences $\{\nu_m, m \in \mathbb{N}\}$ entendues lors du retour du son diffracté par les marches S_n et S_{n+1} , en fonction notamment des distances d_n et d_{n+1} .

- Q5. Exprimer d_n en fonction de a , b et n . Calculer l'expression exacte de $d_{n+1}^2 - d_n^2$. On admet que la condition de l'expérience $a \gg b$ permet d'écrire $d_n + d_{n+1} \approx 2d_n$. En déduire l'expression approchée suivante :

$$\nu_1 \approx \frac{c_s}{2ab} g(n) d_n$$

où $g(n)$ est une fonction que l'on explicitera.

La figure 3 donne la représentation graphique de $g(n)d_n$ en fonction de d_n pour les 91 valeurs de n . Elle permet d'éviter des calculs fastidieux à la main !

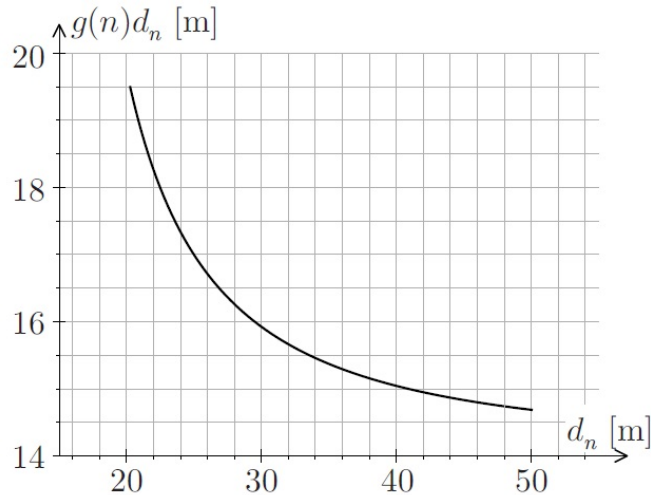


FIGURE 3 – Fonction $g(n)d_n$ en fonction de d_n .

- Q6. En exploitant la figure 3 déterminer la distance d_N entre le sommet de l'escalier et S . On fixe l'origine temporelle à l'instant du clap. Calculer numériquement la date t_1 d'arrivée du début de l'écho en S , puis celle t_N de fin de l'écho. Combien de temps l'écho dure-t-il ?
- Q7. Déterminer numériquement les fréquences $\nu_1(t_1)$ et $\nu_1(t_N)$.

Partie III. Exploitation des sonogrammes

Un sonogramme est une représentation graphique permettant de visualiser l'évolution des composantes harmoniques d'un son au cours du temps. Dans sa version simplifiée, c'est un diagramme à deux dimensions ayant en abscisse le temps et en ordonnée les fréquences. À un instant t donné, une composante harmonique de fréquence f est représentée par un point de coordonnées (t, f) . Dans un sonogramme complet, on ajoute l'information sur l'amplitude des composantes harmoniques en grisant les points du diagramme à l'aide d'une échelle allant du blanc pour les faibles amplitudes ($< -50\text{dB}$), au noir pour les fortes ($> 0\text{dB}$).

Le sonogramme d'un quetzal jeune est représenté sur la figure 4 extraite de Lubman, D., J. Acoust. Soc. Am. 112 (5), 2008

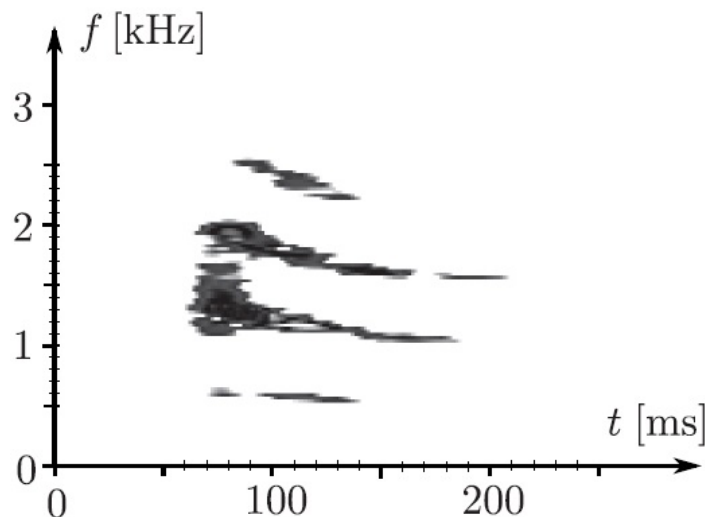


FIGURE 4 – Sonogramme du quetzal.

- Q8. Déterminer la durée approximative δt du chant du quetzal puis mesurer, à la date $t = 140$ ms, la fréquence $f_{q,1}$ du fondamental du chant (fréquence minimale) ainsi que celles $f_{q,i}$ (i entier) des autres harmoniques visibles sur le sonogramme.
- Q9. Sur votre copie, tracer l'allure du sonogramme simplifié de l'écho étudié dans la partie II, comportant le fondamental du son ainsi que les deux harmoniques qui le suivent, qui ont respectivement des fréquences double et triple de celle du fondamental. On marquera d'une croix bien visible les points du sonogramme d'abscisses t_1 et t_N .
- Q10. Comparer le sonogramme construit à la question précédente, au sonogramme du quetzal (figure 4). L'écart fréquentiel est-il négligeable ?