

Devoir surveillé n° 2

Durée : 4 heures

Préambule : Exemple d'en-tête de concours

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non encadrés et non justifiés ne seront pas pris en compte. Il est recommandé de lire le texte en entier. L'usage de la calculatrice est autorisé. Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Légende :

- Les questions précédées du symbole  nécessitent un raisonnement plus approfondi, parfois avec prise d'initiatives. Toute tentative de résolution, avec une présentation claire et rigoureuse de la démarche suivie, sera valorisée, même si elle n'a pas abouti.
- Les questions précédées du symbole  présentent un niveau de difficulté supérieure.

Plan :

Ce problème se compose de 4 exercices indépendants :

- L'exercice 1 propose une étude de l'histoire de la photographie.
- L'exercice 2 porte sur la cinétique de décoloration d'un colorant alimentaire par l'eau de Javel.
- L'exercice 3 s'intéresse à différentes problématiques reliées à l'élément calcium.
- L'exercice 4 est une résolution de problème portant sur l'analyse d'une observation au microscope.

Exercice 1 : Une brève histoire de la photographie ($\sim 40\%$)

Cet exercice est adaptée de l'épreuve CCINP 2021 filière MP.

Les images sont omniprésentes dans l'environnement et il peut sembler qu'elles l'ont toujours été. C'est pourtant loin d'être le cas. Longtemps le dessin et la peinture furent les seuls moyens utilisés pour représenter la réalité sur un support à deux dimensions et ce n'est qu'au XIX^e siècle qu'un procédé technique permit de « capturer » des images.

Partie I. Optique de l'appareil photo

La date conventionnelle de l'invention de la photographie a été fixée au 7 janvier 1839, date à laquelle Arago présenta à l'Académie des Sciences l'invention de Daguerre : le daguerréotype. Mais l'histoire de la photographie commence bien avant notamment avec la camera obscura (chambre noire) qui est utilisée dès le XVI^e siècle pour des travaux topographiques. Les historiens de l'art ont également montré qu'elle était utilisée par des peintres, comme Vermeer ou les frères Van Eyck.

Le fonctionnement de ces ancêtres de l'appareil photo repose sur les propriétés des lentilles.

1) Objet et image

On modélise un appareil photo (figure 1) par l'association d'une lentille mince (\mathcal{L}) de focale $f' = \overline{OF'}$ appelée « objectif », d'un capteur (C) sur lequel on souhaite récupérer l'image, et d'un diaphragme (D) placé devant la lentille.

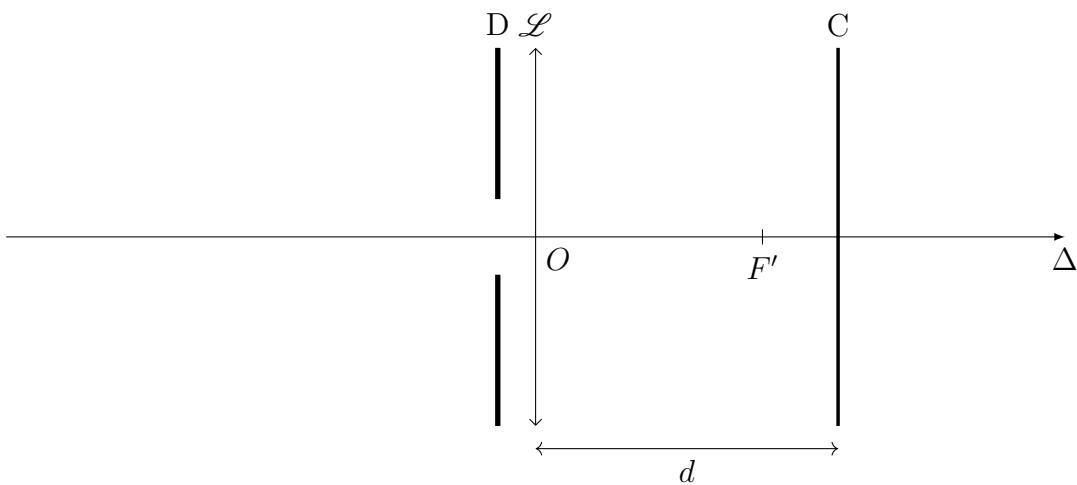


FIGURE 1 – Modélisation d'un appareil photo

La distance d entre la lentille (\mathcal{L}) et le capteur (C) est réglable, grâce à un mécanisme lié à l'objectif ; elle est comprise entre d_{\min} et d_{\max} . À l'aide de cet appareil, on souhaite former sur le capteur l'image d'un arbre de hauteur h situé à une distance L devant l'objectif.

- Q1. (a) La lentille mince est utilisée dans les « conditions de Gauss ». Préciser en quoi elles consistent.
 (b) Quelle partie de l'appareil permet d'assurer que ces conditions sont remplies ?

- Q2. (a) Le dispositif de la figure 1 est utilisé pour former l'image d'un objet AB . Faire un schéma qualitatif mais soigné de la situation en notant AB l'objet et $A'B'$ son image sur le capteur (A est sur l'axe et AB appartient à un plan orthogonal à l'axe). Positionner les foyers principaux et tracer au moins deux rayons lumineux issus de B pour justifier la position de l'image $A'B'$.
- (b) Exprimer la taille $\overline{A'B'}$ de l'image de l'arbre sur le capteur en fonction de h , f' et L . Calculer cette taille avec $f' = 50 \text{ mm}$, $h = 5,0 \text{ m}$ et $L = 20 \text{ m}$.
- Q3. (a) Quelle est la valeur de d lorsque l'objet est à l'infini ? Justifier.
- (b) Justifier qualitativement qu'il existe une distance limite notée L_{\min} en dessous de laquelle il ne sera pas possible d'obtenir une image sur le capteur (alors que ce serait toujours possible pour des valeurs supérieures à L_{\min}).
- (c) Exprimer L_{\min} en fonction de f' et d_{\max} .
- (d) Calculer L_{\min} pour $f' = 50 \text{ mm}$ et $d_{\max} = 55 \text{ mm}$.

2) Influence de la focale

On souhaite obtenir une image de l'arbre sur le capteur plus grande en gardant la même valeur pour L (donc sans « changer de place »). Pour cela, on change l'objectif et on le remplace par un objectif de focale $f' = 100 \text{ mm}$ (qualifié d'« objectif de longue focale », ou « téléobjectif »). La distance d est toujours réglable mais les valeurs d_{\min} et d_{\max} sont différentes des valeurs de Q3.

- Q4. Si on suppose que le capteur a pour dimensions : $24 \text{ mm} \times 36 \text{ mm}$, sera-t-il possible de voir l'arbre en entier sur la photo obtenue ?

Pour Q5 et Q6, des approximations justifiées seront à faire : lorsque dans une addition un terme est négligeable devant les autres, on pourra l'omettre.

- Q5. Sur un site internet dédié à la photographie, on peut lire qu'un téléobjectif « rapproche les objets ». Commenter cette phrase en indiquant la part de vérité ou d'inexactitude qu'elle contient. Un raisonnement avec un calcul littéral est attendu. On pourra par exemple déterminer la position d'un objet qui donnerait par l'objectif initial, une image de même taille qu'avec ce téléobjectif de focale doublée.

On souhaite maintenant réaliser un téléobjectif en utilisant deux lentilles : une lentille (\mathcal{L}_1) convergente et une lentille (\mathcal{L}_2) divergente, séparées par une distance e . La distance L entre (\mathcal{L}_1) et l'arbre n'a pas changé.

- Q6. ★ La lentille (\mathcal{L}_1), de focale f'_1 donne de l'arbre AB une image intermédiaire A_1B_1 qui joue le rôle d'objet pour la lentille (\mathcal{L}_2), de focale f'_2 qui en donne une image finale $A'B'$.
- (a) Justifier que la distance $\overline{O_2A_1}$ peut être approximée par $\overline{O_2A_1} = f'_1 - e$.
- (b) L'image $A'B'$ doit être réelle. En déduire que la distance e entre les centres des deux lentilles doit être située dans une plage de valeurs bien précise. Exprimer cette condition sur e sous la forme d'une double inégalité sur e , f'_1 et f'_2 .
- (c) Vérifier que cette condition est réalisée avec $f'_1 = 10,0 \text{ cm}$, $f'_2 = -5,0 \text{ cm}$ et $e = 8,0 \text{ cm}$.

- Q7. Avec les valeurs numériques de Q6(c) :

- (a) Calculer la distance d , définie comme la distance entre \mathcal{L}_1 et le capteur dans le cas d'un téléobjectif à deux lentilles.
- (b) Calculer la taille de l'image $A'B'$ de l'arbre sur le capteur.
- (c) Quel intérêt présente ce téléobjectif par rapport à l'objectif de Q4 ?

3) Exploitation d'une photo

Document 1: Exemples de capteurs d'appareils photo numériques

Standard Diagonale	Dimensions	Exemples
1/2,5"	7,18 mm	4,29x5,76 mm Panasonic TZ6
1/2,3"	7,7 mm	4,62x6,16 mm Nikon P90, Canon 110 IS
1/2"	8 mm	4,8x6,4 mm Fuji F70EXR
1/1,7"	9,5 mm	5,7x7,6 mm Canon G10
1/1,6"	10 mm	6x8 mm Fuji S200EXR
4/3"	21,6 mm	13x17,3 mm reflex 4/3 et hybrides Micro 4/3
APS	24,8 mm	13,8x20,7 mm (Sigma)
	à 28,4 mm	à 15,8x23,6 mm (Nikon, Sony) reflex amateurs
24x36	43,3 mm	24x36 mm Nikon D700, Sony Alpha 900

La photo ci-contre a été prise avec un appareil photo numérique de type « Canon G10 ». Les informations relatives à la photo sont consignées dans le document 2.

Il s'agit d'une photo prise dans la baie du Mont Saint-Michel (photo prise depuis le point B sur la carte satellite du document 3). La distance BC vaut 1,46 km.



Document 2: Informations relatives à la prise de vue (Photo Mont Saint-Michel)

Sensibilité : 100 ISO Vitesse : 1/250 s Ouverture : f/7,1 Focale : 18 mm

Source : *wikipedia*

Document 3: Image satellite de la baie du Mont Saint-Michel



B : lieu de la prise de vue C : Mont Saint-Michel

- Q8. À partir de la photo obtenue et des documents 1, 2 et 3, déterminer la hauteur du Mont Saint-Michel (flèche comprise) en indiquant les hypothèses posées, la modélisation du problème (par exemple par un schéma légendé) et les calculs effectués.

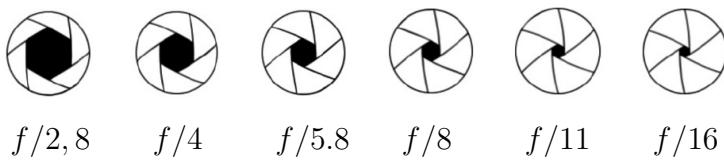
Partie II. La lumière

1) Réglage de différents paramètres lors d'une prise de vue

Document 4: Réglages de l'exposition d'une photo

L'exposition est un paramètre technique important pour la réussite d'une photo. Elle caractérise en quelque sorte l'action de la lumière sur le capteur. Si l'exposition est trop faible, l'image obtenue sera sombre (sous-exposée) ; à l'inverse, une surexposition produira une image trop claire. L'exposition est choisie en fonction de la scène à photographier (intérieur, extérieur, etc.) et peut être contrôlée par trois paramètres.

- La sensibilité ISO correspond à la sensibilité à la lumière du capteur (ou de la pellicule) ; elle varie en général entre 100 (faible sensibilité) et 3 200 (grande sensibilité). Une sensibilité deux fois plus grande correspond donc à un capteur deux fois plus sensible. Il est préférable d'utiliser une sensibilité faible car les hautes sensibilités augmentent le bruit, ce qui détériore le résultat.
- La vitesse d'obturation représente la durée pendant laquelle l'obturateur reste ouvert. Elle est en général comprise entre 1 s et 1/250 s. Une faible vitesse peut entraîner des phénomènes de « bougé » si la scène est en mouvement.
- L'ouverture du diaphragme correspond à la taille du disque qui laisse passer la lumière quand l'obturateur est ouvert. Elle est indiquée par une notation f/x , où x est appelé « nombre d'ouverture ». Quelques valeurs de l'ouverture sont données ci-dessous.



Source : apprendre-la-photo.fr

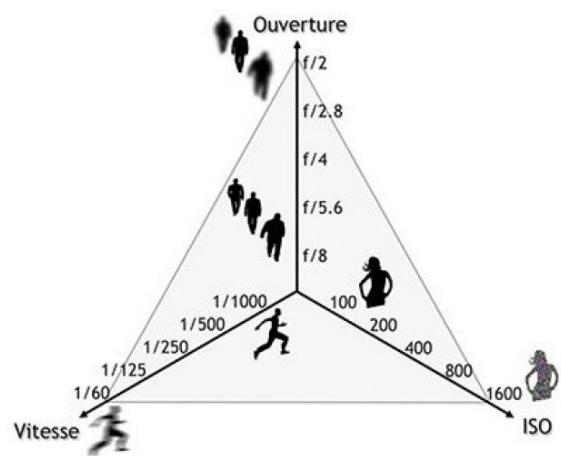
Lorsqu'on passe d'une valeur à l'autre (de la gauche vers la droite) on divise par 2 la surface d'ouverture du diaphragme. L'ouverture modifie également la profondeur de champ : une plus faible ouverture permet d'obtenir une plus grande profondeur de champ.

Document 5: Le triangle de l'exposition

On résume souvent l'exposition d'une photo par le « triangle d'exposition » :

L'exposition est représentée par la surface du triangle.

Source : d'après apprendre-la-photo.fr



- Q9. Un photographe amateur effectue une prise de vue (un portrait d'une personne immobile) en extérieur avec les réglages suivants : (ISO : 100 / vitesse : 1/250 s / ouverture : f/8). Il l'estime correctement exposée et souhaite en effectuer une autre avec la même exposition, en conservant la même sensibilité, mais avec une ouverture f/4. Répondre aux questions suivantes en justifiant les réponses à l'aide des documents 4 et 5.

- (a) Quelle vitesse d'obturation doit-il choisir ?
- (b) Ce nouveau réglage va-t-il permettre d'augmenter ou diminuer la profondeur de champ ?
- (c) Si la personne bouge un peu durant la prise de vue, y a-t-il un risque plus grand, en comparaison avec la première photographie, que l'image obtenue soit floue ?

2) Modèle corpusculaire

Une composante monochromatique de fréquence ν de la lumière peut être modélisée également par un flux de photons se déplaçant avec une célérité c et transportant chacun un quantum d'énergie $E = h\nu$.

Q10. Donner la relation entre la fréquence d'une radiation monochromatique et sa longueur d'onde.

Donnée : une ouverture $f/8$ correspond à un diamètre d'ouverture (sensiblement circulaire) du diaphragme de 5 mm dans les conditions de cette prise de vue.

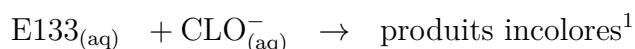
Q11.  Si on considère une prise de vue avec les réglages (ISO : 100 ; vitesse : 1/500 s ; ouverture : $f/8$), estimer le nombre de photons qui pénètrent dans l'appareil durant l'ouverture de l'obturateur si on considère un éclairement solaire moyen de $700 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$. Pour cette question, on admet qu'il est équivalent de considérer que la lumière solaire est monochromatique, de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$.

Exercice 2 : Décoloration à l'eau de Javel ($\sim 30\%$)

Cet exercice est adaptée de l'épreuve CCINP 2016 filière MP.

Étudiée particulièrement à partir de 1775 par le chimiste français Claude Louis Berthollet, dont la manufacture de produits chimiques a été construite dans le quartier de Javel à Paris, l'eau de Javel est une solution aqueuse d'hypochlorite de sodium ($\text{Na}_{(\text{aq})}^+ + \text{ClO}_{(\text{aq})}^-$) et de chlorure de sodium ($\text{Na}_{(\text{aq})}^+ + \text{Cl}_{(\text{aq})}^-$) composé résiduel du processus de fabrication, en présence d'un excès de soude. L'eau de Javel a la propriété de décomposer de nombreuses substances organiques comme le bleu brillant (E133), colorant alimentaire fréquemment rencontré dans les boissons et les sucreries de couleur bleue.

Cet exercice propose l'étude de la cinétique de la décomposition du bleu brillant en présence d'ions hypochlorite, réaction modélisée par l'équation chimique :



¹ Les produits ne sont pas bien caractérisés d'après la littérature.

On suit la cinétique de cette transformation chimique par spectrophotométrie en mesurant l'absorbance A de la solution au cours du temps à une longueur d'onde donnée. On suppose que la vitesse de la réaction v peut se mettre sous la forme :

$$v = k \times [\text{E133}]^\alpha \times [\text{ClO}^-]^\beta$$

avec k la constante de vitesse de la réaction.

Cette réaction, qui admet un ordre global entier, est réalisée dans les conditions suivantes : température constante et égale à 298 K, milieu réactionnel homogène, réaction quantitative et volume constant.

Q1. Comment appelle-t-on α et β ? Exprimer l'ordre global en fonction de α et β .

Principe de la spectrophotométrie

Lorsqu'une solution est traversée par un rayonnement polychromatique, elle peut atténuer l'intensité des radiations à certaines longueurs d'onde : on dit qu'elle absorbe ces radiations. Pour quantifier ce phénomène, un faisceau de lumière monochromatique (de longueur d'onde λ) d'intensité incidente $I_{0,\lambda}$ traverse une longueur ℓ de solution limpide (phénomène de diffusion négligeable) placée dans une cuve (figure 1). Une partie de la radiation est absorbée par la solution, l'autre est transmise et on mesure son intensité, notée $I_{T,\lambda}$.

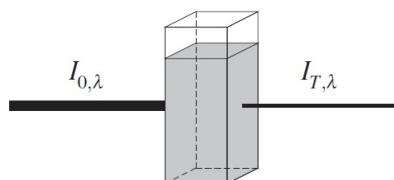


FIGURE 1 – Représentation d'une cuve contenant la solution à étudier, traversée par un faisceau incident d'intensité $I_{0,\lambda}$. Un faisceau transmis $I_{T,\lambda}$ en émerge. La longueur de la cuve ℓ traversée est de 1 cm.

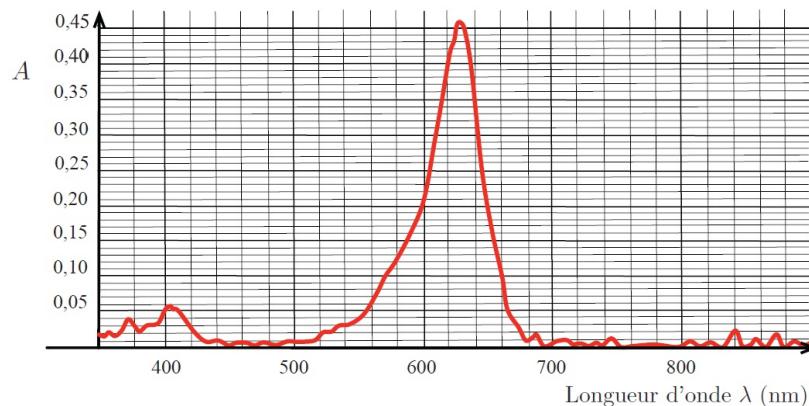


FIGURE 2 – Spectre d'absorption du bleu brillant : Absorbance A du bleu brillant en fonction de la longueur d'onde λ exprimée en nm.

- Q2. Avant de réaliser des mesures d'absorbance, il est nécessaire de réaliser le blanc. Expliquer le rôle d'une telle opération.
- Q3. Justifier le choix de la spectrophotométrie pour le suivi de l'évolution de cette transformation chimique.
- Q4. Rappeler la loi de Beer-Lambert en précisant les différents termes et leurs unités respectives.

Préparation de la gamme de la solution étalon de bleu brillant

Une gamme étalon est réalisée : à partir d'une solution mère de bleu brillant commercial de concentration molaire volumique connue $c_0 = 4,72 \times 10^{-6} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$, des solutions filles sont préparées en utilisant une verrerie adaptée. On obtient alors une série de solutions de bleu brillant de concentrations C connues. L'absorbance A de chaque solution est mesurée dans une cuve en plastique de 1 cm d'épaisseur à une longueur d'onde adaptée. Les valeurs obtenues sont reportées dans le tableau 1 ci-dessous.

A	0	0,234	0,347	0,456	0,582
$C \mu\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$	0	1,89	2,83	3,78	4,72

TABLEAU 1 : Absorbances et concentrations des solutions étalons

- Q5. Déterminer le volume de solution mère de bleu brillant, à prélever pour préparer un volume $V = 25,0 \text{ mL}$ d'une solution de bleu brillant de concentration en quantité de matière $C = 1,89 \times 10^{-6} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. Préciser quel élément de verrerie utiliser pour effectuer ce prélèvement.
- Q6. Quelle longueur d'onde de travail faut-il choisir pour réaliser les mesures d'absorbance lors de la réalisation de la gamme de solutions étalons ? Quel lien existe-t-il entre cette longueur d'onde et la couleur d'une solution de bleu brillant ?
- Q7. La loi de Beer-Lambert est-elle vérifiée pour les solutions étalons préparées ?

Étude cinétique

Protocole expérimental :

À l'instant $t = 0$ min, on place dans un bêcher de 50 mL un volume $V_1 = 25,00 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse de bleu brillant de concentration $C_1 = 4,54 \times 10^{-6} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et un volume $V_2 = 1,00 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse d'hypochlorite de sodium ($\text{Na}_{(\text{aq})}^+ + \text{ClO}_{(\text{aq})}^-$) de concentration en quantité de matière $C_2 = 1,33 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

- Q8. Montrer que les conditions initiales utilisées vont permettre de déterminer α . Dans quelle situation cinétique se trouve-t-on ? Montrer que dans de telles conditions, la vitesse de réaction v peut se mettre sous une forme simplifiée. On notera k_{app} la constante apparente de vitesse.

Les résultats de l'étude expérimentale menée à 298 K sont rassemblés dans le tableau 2 ci-dessous.

t (min)	0	2,5	5	7,5	10	15
A	0,582	0,275	0,138	0,069	0,034	0,009

TABLEAU 2 : Absorbance A mesurée à divers instants t

- Q9. Montrer que si la réaction est d'ordre 1 par rapport au bleu brillant (E133), l'équation ci-dessous est vérifiée :

$$\ln \left(\frac{A}{A_0} \right) = -k_{\text{app}} t$$

où A et A_0 représentent respectivement les valeurs de l'absorbance à l'instant t et à l'instant initial $t = 0$ min, et k_{app} est la constante apparente de vitesse de la réaction.

- Q10. Déterminer la valeur de k_{app} à 298 K.

- Q11. ★ Afin de déterminer β , supposé non nul, on réalise le même protocole expérimental que précédemment en utilisant toutefois une solution aqueuse d'hypochlorite de sodium ($\text{Na}_{(\text{aq})}^+ + \text{ClO}_{(\text{aq})}^-$) de concentration molaire volumique $C_3 = 6,65 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. Les résultats de l'étude expérimentale menée à 298 K sont rassemblés dans le tableau 3 ci-dessous.

t (min)	2,5	5	7,5	10	12,5	15
A	0,389	0,275	0,195	0,138	0,097	0,069

TABLEAU 3 : Absorbance A mesurée à divers instants t

- Q12. Montrer que ces nouvelles conditions initiales s'avèrent suffisantes pour déterminer la valeur de β par rapport aux ions hypochlorite.

- Q13. ★ En déduire la valeur de la constante de vitesse k de la réaction de décomposition du bleu brillant en présence d'ions hypochlorite.

Exercice 3 : Autour de l'élément calcium ($\sim 30\%$)

Données

Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$

Masses molaires atomiques : $M(\text{Ca}) = 40 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $M(\text{P}) = 31 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $M(\text{O}) = 16 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$

Le calcium est le cinquième élément le plus abondant de la croûte terrestre. On le trouve dans les roches calcaires constituées principalement de carbonate de calcium CaCO_3 . Le calcium joue un rôle essentiel chez la plupart des organismes vivants vertébrés en contribuant notamment à la formation des os ou des dents, etc. Le calcium a également de nombreuses applications dans l'industrie en tant que réducteur des fluorures d'uranium notamment, de désoxydant pour différents alliages ferreux et non-ferreux, de désulfurant des hydrocarbures. Dans la métallurgie du plomb, les alliages calcium-magnésium sont utilisés afin d'éliminer les impuretés de bismuth.

Partie I. Abondance du calcium chez le squelette humain

Le squelette d'un homme adulte a une masse moyenne $m = 12,0 \text{ kg}$. Les os sont constitués par de l'eau (50% en masse), des composés organiques (25 % en masse) et des composés minéraux (25 % en masse). En première approximation, on peut admettre que le phosphate de calcium $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ est l'unique composé minéral présent dans les os.

- Q1. En négligeant toute présence de calcium hors des os, estimer la masse m_{Ca} totale de calcium présente chez un adulte.
- Q2. Bien que présentant un aspect fortement minéral, les os sont des tissus vivants. Le calcium du squelette est en renouvellement permanent, 20 % de la masse totale de calcium se trouvant remplacée en environ une année (on considérera 365 jours). Sachant qu'un litre de lait apporte 1110 mg de calcium, estimer quel volume de lait devrait boire un adulte quotidiennement s'il voulait couvrir complètement, avec ce seul aliment, ses besoins en calcium.

Partie II. Production industrielle de chaux vive à partir du carbonate de calcium

Le constituant en calcium le plus abondant de la croûte terrestre est le carbonate de calcium $\text{CaCO}_{3(s)}$, on le trouve principalement dans les roches calcaires comme la craie ou le marbre. C'est l'ingrédient à partir duquel on produit l'oxyde de calcium $\text{CaO}_{(s)}$ (aussi appelé chaux vive, utilisée en agriculture) et l'hydroxyde de calcium $\text{Ca(OH)}_{2(s)}$ (aussi appelé chaux éteinte, utilisée dans l'alimentation, la cosmétique et la pharmacie pour corriger l'acidité, raffermir, purifier.)

La chaux vive est obtenue industriellement par calcination du carbonate de calcium selon la réaction :



de constante d'équilibre $K^\circ(1100 \text{ K}) = 0,20$ à la température de 1100 K.

- Q3. Donner l'expression de la constante d'équilibre de la réaction de calcination du carbonate de calcium, en fonction, entre autres, de la pression partielle en dioxyde de carbone.
- Q4. Dans un récipient indéformable de volume 10,0 L, vidé au préalable de son air et maintenu à la température constante de 1100 K, on introduit 0,10 mol de carbonate de calcium solide. Quelle est la composition du système à l'équilibre ? Quelle est la pression régnant alors dans le réacteur ?
- Q5. ★ On réitère l'expérience avec un récipient de volume 100,0 L. Quelle est la composition du système à l'équilibre ? Quelle est la pression régnant alors dans le réacteur ?
- Q6. ★ Donner l'allure de la courbe de variation de la pression P dans le réacteur en fonction de son volume variable.

Partie III. Étude de la cinétique de dissolution des coraux dans l'océan

Le carbonate de calcium CaCO_3 est aussi le constituant principal des coquilles d'animaux marins, des escargots et du corail.

- Q7. En considérant les propriétés acido-basiques des ions carbonates, on aboutit en solution aqueuse à l'équilibre suivant :



La constante d'équilibre associée à cette réaction est $K^\circ = 2.0 \times 10^8$ à la température de 298 K. Donner l'expression de K° , puis, expliquer pourquoi l'acidification des océans menace les coraux.

- Q8. On s'intéresse maintenant à la vitesse de la réaction de dissolution du carbonate de calcium en solution acide. Cette réaction sera considérée comme totale dans le sens direct (\rightarrow). Pourquoi ?

On réalise cette étude cinétique selon deux méthodes. Pour cela, on étudie l'évolution de la réaction entre le carbonate de calcium $\text{CaCO}_{3(s)}$ en très grand excès et un volume $V_0 = 100 \text{ mL}$ d'une solution d'acide chlorhydrique ($\text{H}_3\text{O}_{(aq)}^+ + \text{Cl}_{(aq)}^-$) de concentration $c_a = 0,10 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. On travaille à la température $T = 298 \text{ K}$ (25°C) constante.

- Q9. Première méthode : Dans une première expérience on mesure la pression du dioxyde de carbone apparu en utilisant un capteur de pression. Le gaz occupe un volume $V = 1,0 \text{ L}$. Les résultats sont regroupés dans le tableau ci-dessous :

$t(\text{s})$	10.0	20.0	30.0	40.0	50.0	60.0	70.0	80.0	90.0	100.0
p_{CO_2} (mbar)	12,50	22,80	33,20	41,20	48,80	55,60	60,90	65,40	69,40	71,70

- (a) Quelle est la relation donnant la quantité de matière en dioxyde de carbone $n(\text{CO}_2)$ à chaque instant t en fonction de $p(\text{CO}_2)$?
 (b) Quelle est la relation entre l'avancement ξ et $n(\text{CO}_2)$?
 (c) Déterminer ξ pour $t = 10 \text{ s}$ et pour $t = 100 \text{ s}$.

- Q10. Deuxième méthode : Dans une deuxième expérience on mesure le pH de la solution afin de déterminer $[\text{H}_3\text{O}_{(aq)}^+]$ en fonction du temps.

- (a) Donner l'expression du pH en fonction de $[\text{H}_3\text{O}_{(aq)}^+]$.
 (b) Établir la relation entre $[\text{H}_3\text{O}_{(aq)}^+]$ et l'avancement ξ à tout instant.
 (c) Pour $t = 10 \text{ s}$, on mesure $\text{pH} = 1,05$. Que vaut alors ξ ?
 (d) Même question pour $t = 100 \text{ s}$ où l'on mesure $\text{pH} = 1,38$.

- Q11. Les deux méthodes semblent-elles cohérentes ?

- Q12. Une fois les résultats expérimentaux obtenus, on désire déterminer l'ordre de la réaction par rapport à $[\text{H}_3\text{O}^+]$.

- (a) Définir la vitesse v de la réaction par rapport à H_3O^+ .
 (b) Établir la relation entre $[\text{H}_3\text{O}_{(\text{aq})}^+]$ et le temps en supposant que la réaction est d'ordre 0 par rapport à H_3O^+ . Montrer que cette hypothèse se traduit par la relation suivante :

$$\xi(t) = k V_0 t$$

avec k la constante (apparente) de vitesse de la réaction.

- (c) Établir la relation entre $[\text{H}_3\text{O}_{(\text{aq})}^+]$ et le temps en supposant que la réaction est d'ordre 2 par rapport à H_3O^+ . Montrer que cette hypothèse se traduit par la relation suivante :

$$\frac{1}{c_a V_0 - 2\xi} - \frac{1}{c_a V_0} = \frac{2kt}{V_0}$$

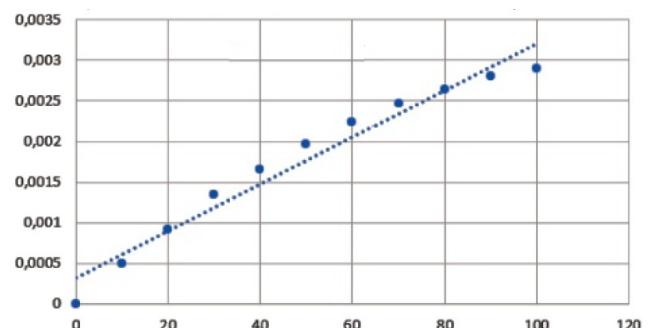
avec k la constante (apparente) de vitesse de la réaction.

- (d) Établir la relation entre $[\text{H}_3\text{O}_{(\text{aq})}^+]$ et le temps en supposant que la réaction est d'ordre 1 par rapport à H_3O^+ . Montrer qu'avec cette hypothèse $\ln[f(\xi)] = g(t)$ en explicitant les fonctions $f(\xi)$ et $g(t)$.

- Q13. Utiliser les courbes ci-dessous obtenues avec les données expérimentales de la première méthode pour déterminer l'ordre de la réaction par rapport à $[\text{H}_3\text{O}^+]$, ainsi que la valeur et l'unité de la constante de vitesse. Justifier clairement.

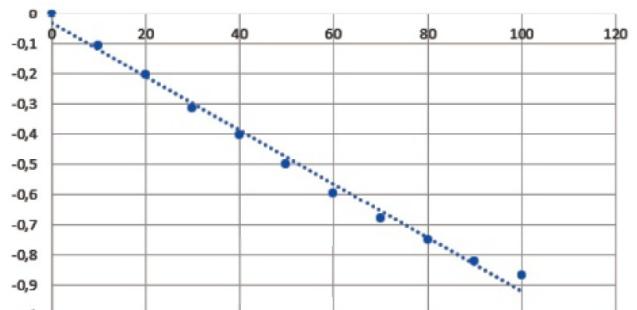
Graphe n° 1 :
Tracé de ξ en fonction du temps

et modélisation affine correspondante (en pointillés)
Résultat de la régression linéaire :
 $y = 3 \times 10^{-5} t + 0,0003$



Graphe n° 2 :
Tracé de $\ln(1 - 200\xi)$ en fonction du temps

et modélisation affine correspondante (en pointillés)
Résultat de la régression linéaire :
 $y = -9,9 \times 10^{-3} t + 0,0322$



Graphe n° 3 :
Tracé de $\frac{1}{0,01 - 2\xi} - 100$ en fonction du temps
et modélisation affine correspondante (en pointillés)
Résultat de la régression linéaire :
 $y = 1,4318 t - 4,2973$

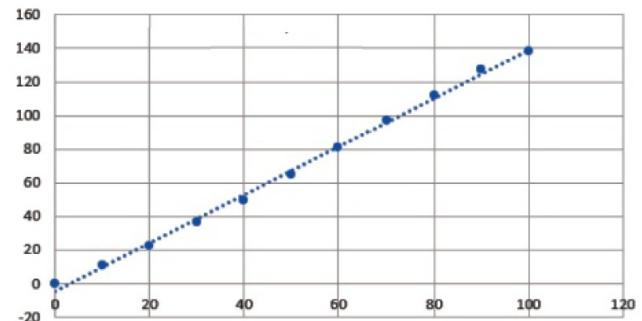


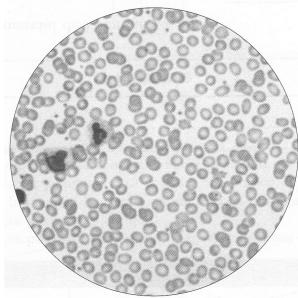
FIGURE 3 – Courbes expérimentales, avec ξ en mol et t en s

- Q14. En prenant un pH initial égal à 7, évaluer le temps de demi-réaction de la dissolution du carbonate de calcium dans l'océan. Que pensez-vous de la vitesse de dissolution des coraux dans l'océan ?
- Q15. L'ordre de grandeur de l'énergie d'activation de la réaction étudiée dans ce problème est $E_a = 60 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$. On réalise les expériences à une nouvelle température de travail : $T' = 60^\circ\text{C}$. Déterminer la nouvelle constante de vitesse k' en fonction de k, T, T' et E_a . Faire l'application numérique.

Exercice 4 : Observation d'une goutte de sang au microscope (bonus !)

Les globules rouges, aussi appelés hématies ou érythrocytes, sont les cellules du sang chargées du transport de l'oxygène. Le nombre de globules rouges dans le sang est normalement compris entre 4,5 et 5,5 millions /mm³. La densité de globules est évaluée lors d'un examen sanguin appelé hémogramme. Cette analyse permet notamment de déceler d'éventuelles maladies, notamment hématologiques, infectieuses, inflammatoires ou encore cancéreuses...

La baisse anormale du nombre de globules rouges est connue sous le nom d'anémie. Il s'agit plus d'un symptôme que d'une maladie car elle a de nombreuses causes. On réalise l'observation ci-dessous d'une goutte de sang à l'aide d'un microscope monoculaire.



⚙️ ★ Question : Que dire de la santé du patient ?

Données

- Les caractéristiques techniques du microscope sont les suivantes :
 - oculaire grand champ WF 10×/20 mm, sécurisé, avec pointeur. Le facteur multiplicateur correspond au grossissement commercial G_c de l'oculaire (pris seul comme une loupe). La longueur $D = 20 \text{ mm}$ indique le diamètre du diaphragme d'ouverture de l'oculaire placé au foyer objet F_2 de la lentille ;
 - objectif (lentille L_1 de distance focale f'_1) achromatique DIN 60×, mise au point macro et micrométrique coaxiale, avec graduation de 2 μm, optiques traitées anti-fongiques et anti-reflet. La valeur multiplicatrice donnée par l'objectif correspond à la valeur absolue du grandissement $|\gamma_1|$ d'un objet par l'objectif pour une vision au *punctum remotum* ;
 - intervalle optique du tube biologique : $\Delta = \overline{F'_1 F_2} = 160 \text{ mm}$
- Le grossissement commercial d'un instrument d'optique est défini par $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ où α' est le diamètre angulaire sous lequel est vue l'image de l'objet à travers l'instrument pour une vision à l'infini et α le diamètre angulaire sous lequel il est vu à l'œil nu au *punctum proximum*.
- La profondeur de champ maximale est la distance entre la position d'un objet vu sans accommoder et celle d'un objet vu en accommodant au maximum pour un œil normal, placé en F'_2 foyer principal image de l'oculaire.