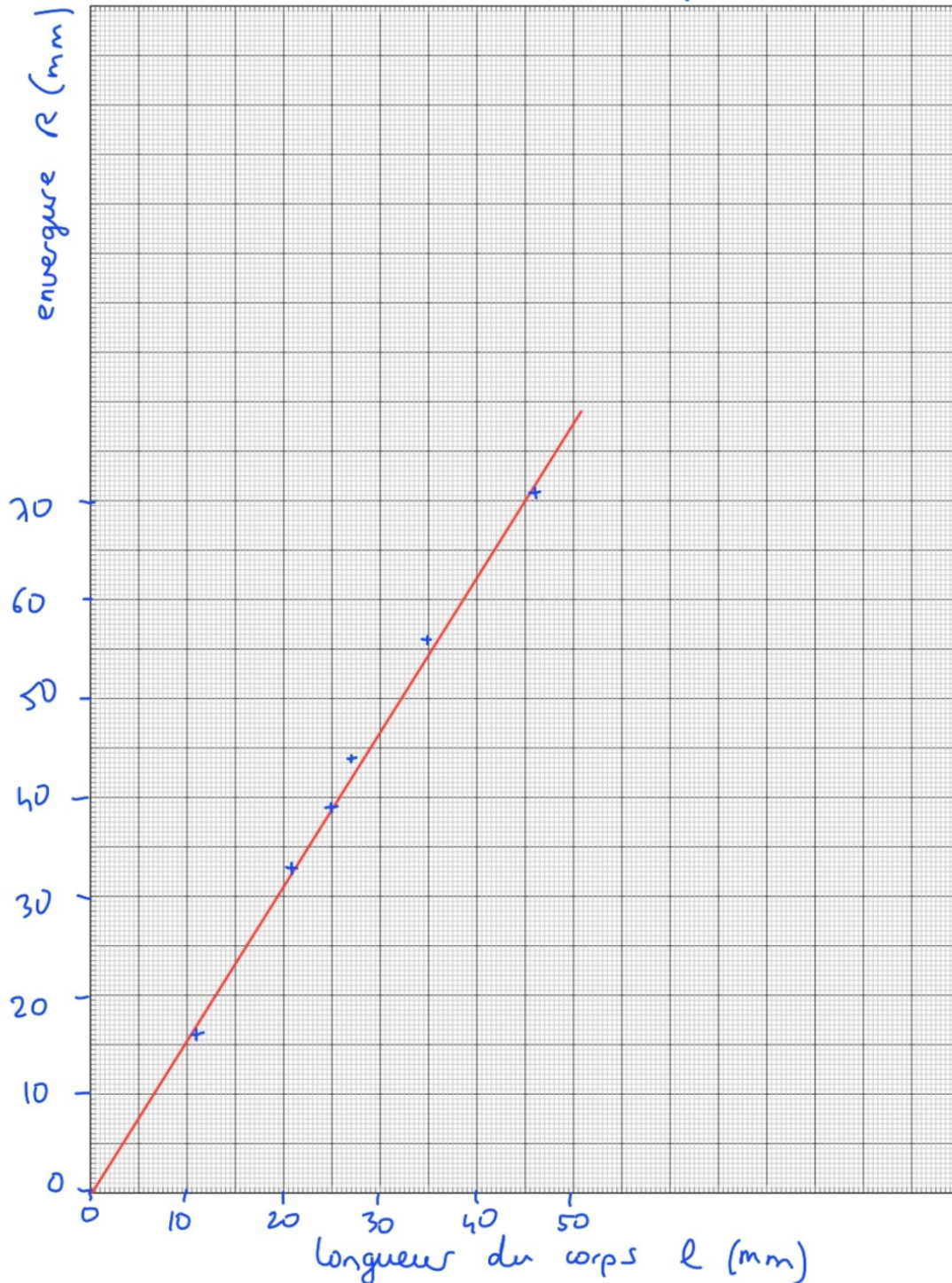


DS 1

Exercice 1

Q1.

Envergure en fonction de la longueur du corps pour 5 espèces de papillons.



Les points sont tous très proches ou sur une droite qui passe par l'origine, on peut donc modéliser la relation par une fonction linéaire : R et l sont bien proportionnels.

Q2. D'après les relations $F_s = k_3 S$ et $F_v = k_4 V$ on a :

$$[F_s] = [k_3] \cdot [S] \quad \text{et} \quad [F_v] = [k_4] [V]$$

Or $S = k_1 l^2$ et $V = k_2 l^3$, avec k_1 et k_2 sans dimension.

On a donc $[S] = L^2$ et $[V] = L^3$

$[F_s] = [F_v] = n \cdot L \cdot T^{-2}$ d'après la 2^{de} loi de Newton ($\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$) projetée.

D'où $n \cdot L \cdot T^{-2} = [k_3] \cdot L^2$ et $n \cdot L \cdot T^{-2} = [k_4] \cdot L^3$

Soit $[k_3] = n \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$ et $[k_4] = n \cdot L^{-2} \cdot T^{-2}$

Q3. D'après l'énoncé, π dépend de ρ_a, S et f_b , donc on pose :

$$\pi = k_5 \cdot \rho_a^2 \cdot S^\beta \cdot f_b^r \quad (k_5 \text{ adimensionnée})$$

En passant aux dimensions :

$$[\pi] = n \cdot L \cdot T^{-2} \quad (\text{c'est une force, la dimension est la même que } F_v \text{ et } F_s)$$

$$[\rho_a] = n \cdot L^{-3} \quad (\rho_a = \text{masse par unité de volume})$$

$$[S] = L^2 \quad (c' \text{ est une surface})$$

$$[f_b] = T^{-1} \quad (c' \text{ est une fréquence, soit l'inverse d'une période qui a la dimension d'un temps}).$$

$$\text{On obtient } \Pi L T^{-2} = (\Pi L^{-3})^\alpha \cdot (L^2)^\beta \cdot (T^{-1})^\gamma$$

$$\text{D'où le système } \begin{cases} 1 = \alpha \\ 1 = -3\alpha + 2\beta \\ -2 = -\gamma \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = 1 ; \beta = 2 ; \gamma = 2}$$

Q4. a) Si F_v est prépondérant, on néglige F_s et alors $\Pi = F_v$.

$$\text{avec } \Pi = k_s \cdot p_a \cdot S^2 f_b^2$$

$$\text{soit } \Pi = k_s \cdot p_a \cdot k_1 (l^2)^2 \cdot k_6 (l^\delta)^2 = k_4 \cdot k_2 l^3$$

Pour la dépendance en l on a donc :

$$4 + 2\delta = 3 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\delta = -\frac{1}{2}}$$

b) Si F_s est prépondérant, on néglige F_v et on obtient $k_s \cdot p_a \cdot k_1 (l^2)^2 \cdot k_6 (l^\delta)^2 = k_3 l^2$

$$\Rightarrow 4 + 2\delta = 2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\delta = -1}$$

Q5. Pour déterminer graphiquement la valeur de δ on trace $\ln(f_b/f_{b0})$ en fonction de $\ln(l/l_0)$

avec $f_{b0} = 1 \text{ Hz}$ et $l_0 = 1 \text{ mm}$ (valeurs pour adimensionner l'argument du $\ln$)

f_b étant donné par $f_b = k_6 l^\delta$

$$\ln(f_b/f_{b0}) = \ln k_6 + \delta \ln(l/l_0)$$

Le tracé de $\ln f_b$ en fonction de $\ln l$ devrait donc être une droite de pente δ .

On réalise une régression linéaire on obtien $\ln(f_b/f_{b0}) = 6,04 - 1,04 \ln(l/l_0)$

On en déduit que δ vaut -1 et que les forces surfaciques sont prépondérantes dans le vol stationnaire de ces papillons.

Exercice 2 :

Q1. Application des lois de Descartes sur la réfraction :

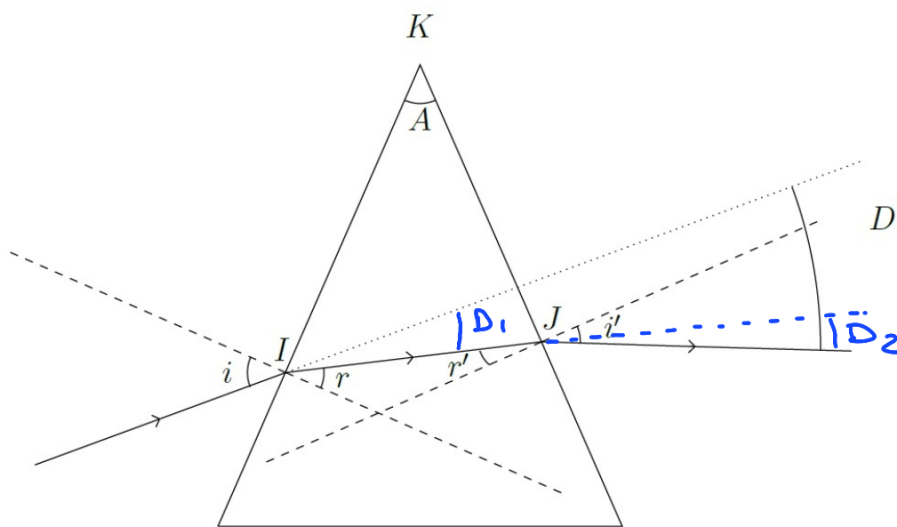
* au point I :

$$n_0 \times \sin(i) = n \times \sin(r)$$

* au point J :

$$n \times \sin(r') = n_0 \times \sin(i')$$

Q2.



Dans le triangle IJK on a :

$$\left(\frac{\pi}{2} - r\right) + \left(\frac{\pi}{2} - r'\right) + A = \pi$$

Soit $A = r + r'$

Et $D = D_1 + D_2$ avec $D_1 = i - r$

et $D_2 = i' - r'$

Soit $D = i + i' - r - r' = i + i' - (r + r')$

On obtient donc

$$D = i + i' - A$$

Q3. D'après la loi de Descartes en J , on a :

$$i' = \arcsin \left(n/n_0 \cdot \sin(r') \right)$$

$$\text{or } r' = A - r$$

Et avec la loi de Descartes en I , on a :

$$r = \arcsin \left(n_0/n \sin i \right)$$

$$\text{Soit } i' = \arcsin \left[n/n_0 \cdot \sin \left(A - \arcsin \left(\frac{n_0}{n} \cdot \sin i \right) \right) \right]$$

$$\text{D'où } D = i + \arcsin \left[\frac{n}{n_0} \cdot \sin \left(A - \arcsin \left(\frac{n_0}{n} \cdot \sin i \right) \right) \right] - A$$

Q4. le rayon émerge en J s'il n'y a pas réflexion totale.

Il faut donc $r' < r'_{\text{lim}}$ avec $n \cdot \sin r'_{\text{lim}} = n_0 \sin \frac{\pi}{2}$

$$\text{soit } \sin r'_{\text{lim}} = \frac{n_0}{n}$$

Comme $A = r + r'$, la condition ci-dessus implique $r > r_{\text{lim}}$ tel que $r_{\text{lim}} = A - r'_{\text{lim}}$

$$\text{Soit } r > A - \arcsin \left(\frac{n_0}{n} \right)$$

Or d'après la loi de Descartes pour la réfraction au point I , on a :

$$n_0 \sin i = n \sin r \quad \text{soit} \quad \sin r = \frac{n_0}{n} \sin i$$

$$\text{Or } \sin r > \sin r_{\text{lim}}$$

$$\text{On a donc } \frac{n_0}{n} \sin i > \sin \left[A - \arcsin \left(\frac{n_0}{n} \right) \right]$$

$$\text{D'où } \boxed{\sin i > \frac{n}{n_0} \left[\sin \left(A - \arcsin \frac{n_0}{n} \right) \right]}$$

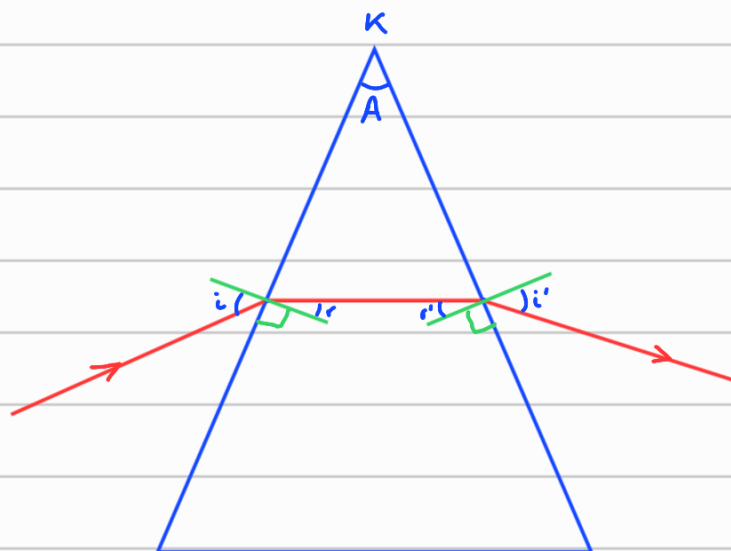
$$\text{AN : } \sin i > 1,74 \cdot \sin \left[60 - \arcsin \left(\frac{1}{1,74} \right) \right]$$

$$\text{Soit } \underline{i > 47^\circ}$$

Q5. Cette condition est visible sur le graphique car on voit que la courbe représentant D en fonction de i n'est pas tracée pour $i < 47^\circ$.

$$\text{Q6. Pour } i = i' \quad r = r' \quad \text{donc} \quad r = \frac{A}{2}$$

le trajet du rayon est symétrique par rapport au plan de symétrie du prisme :



$$Q7. \quad n_0 \sin i = n \sin r \quad \Leftrightarrow \quad n = \frac{n_0 \cdot \sin i}{\sin r}$$

$$\text{Or } r = \frac{A}{2}$$

$$\text{et } D_m = 2i - A \quad \Leftrightarrow \quad i = \frac{A + D_m}{2} \quad \left. \vphantom{\frac{A + D_m}{2}} \right\} \begin{array}{l} \text{au} \\ \text{minimum} \\ \text{de} \\ \text{déviation} \end{array}$$

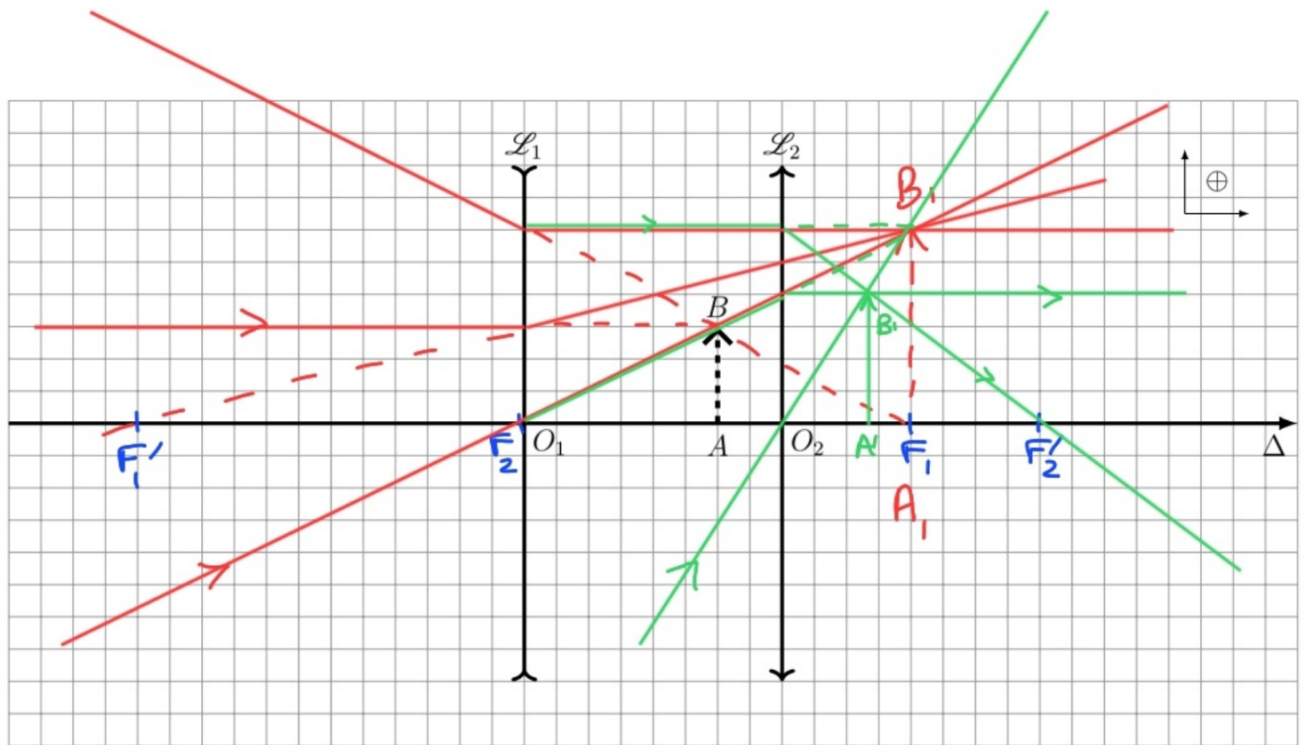
$$\text{Soit } n = n_0 \frac{\sin\left(\frac{A + D_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

Q8. On peut déterminer expérimentalement n en cherchant le minimum de déviation D_m , puis on utilise la formule précédente.

Q9. Un matériau dispersif est un matériau pour lequel l'indice de réfraction dépend de la longueur d'onde de la radiation. Un faisceau lumineux provenant d'une lampe à vapeur de mercure contient plusieurs radiations. Chaque radiation émerge du prisme avec un angle de déviation différent $\Rightarrow$ raies colorées

Exercice 3 :

Q1. $f'_1 = -60$ cm soit 12 petits carreaux
 $f'_2 = +40$ cm soit 8 petits carreaux



Q2. $AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_1'B_1'$

On applique la relation de conjugaison deux fois :

$$-\frac{1}{\overline{O_1A}} + \frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow \overline{O_1A_1} = \frac{f'_1 \cdot \overline{O_1A}}{f'_1 + \overline{O_1A}}$$

$$-\frac{1}{\overline{O_2A_1}} + \frac{1}{\overline{O_2A_1'}} = \frac{1}{f'_2}$$

$$\Rightarrow \overline{O_2A_1'} = \frac{f'_2 \cdot \overline{O_2A_1}}{f'_2 + \overline{O_2A_1}} \quad \text{avec} \quad \overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1}$$

⇒

$$\overline{O_2 A'} = \frac{f'_2 \left[\left(\frac{f'_1 \cdot \overline{O_1 A}}{f'_1 + \overline{O_1 A}} \right) + \overline{O_2 O_1} \right]}{f'_2 + \frac{f'_1 \cdot \overline{O_1 A}}{f'_1 + \overline{O_1 A}} + \overline{O_2 O_1}}$$

AN: $\overline{O_2 A'} = \frac{40 \left[\left(\frac{-60 \cdot 30}{-60 + 30} \right) - 40 \right]}{40 + \frac{-60 \cdot 30}{-60 + 30} - 40} = \frac{40 \cdot 20}{60}$

$\overline{O_2 A'} = 13 \text{ cm}$ (2 c.s.).

On applique également deux fois la formule du grandissement :

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{\overline{O_1 A'}}{\overline{O_1 A}} = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} \\ \gamma_2 &= \frac{\overline{O_2 A'}}{\overline{O_2 A_1}} = \frac{\overline{A' B'}}{\overline{A_1 B_1}} \end{aligned} \right\} \frac{\overline{A' B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_2 A'}}{\overline{O_2 A_1}} \cdot \frac{\overline{O_1 A_1}}{\overline{O_1 A}}$$

Soit $\frac{\overline{A' B'}}{\overline{AB}} = \frac{f'_2}{f'_2 + \overline{O_2 A_1}} \cdot \frac{f'_1}{f'_1 + \overline{O_1 A}} = \frac{1}{1 + \frac{\overline{O_2 O_1}}{f'_2} + \frac{f'_1 \cdot \overline{O_1 A}}{f'_1 + \overline{O_1 A}}} \cdot \frac{f'_1}{f'_1 + \overline{O_1 A}}$

AN: $\overline{A' B'} = 15 \times \frac{1}{1 - \frac{40}{40} + \frac{-60 \cdot 30 / 40}{-60 + 30}} \cdot \frac{-60}{-60 + 30} = \underline{20}$

Ces résultats correspondent à $\overline{O_2 A'} = 2,7$ carreaux et $\overline{A' B'} = 4$ carreaux, ce qui est bien cohérent avec le tracé. L'image $A' B'$ est réelle, droite et agrandie.