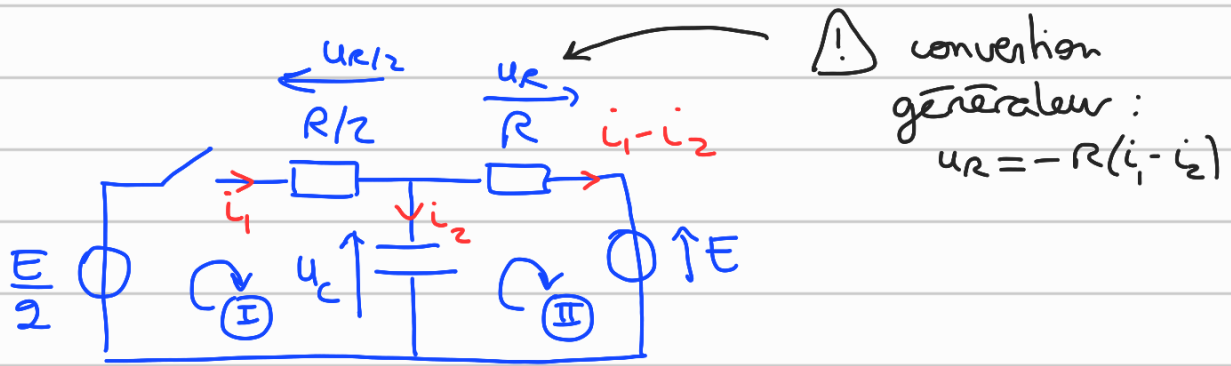


DM2. niveau 1



Q1. D'après la loi des mailles pour $t > 0$ on a :

* maille (I) $\frac{E}{2} = u_c + u_{R/2} = u_c + \frac{R}{2} i_1$

* maille (II) $u_c + u_R - E = 0$
 $u_c - R(i_1 - i_2) = E$

Soit :

$$\begin{aligned} u_c + \frac{R}{2} i_1 &= \frac{E}{2} & (\times 1) \\ u_c - R i_1 + R i_2 &= E & (\times \frac{1}{2}) \end{aligned}$$

En combinant ces 2 relations :

$$u_c + \frac{R}{2} i_1 + \frac{1}{2} u_c - \frac{R}{2} i_1 + \frac{R}{2} i_2 = \frac{E}{2} + \frac{E}{2}$$

$$\frac{3}{2} u_c + \frac{R}{2} i_2 = E$$

* D'après la loi intensité-tension du condensateur :

$$i_2 = C \frac{du_c}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} u_c + \frac{RC}{2} \frac{du_c}{dt} = E$$

* Sous forme canonique :

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{3}{RC} u_c = \frac{2E}{RC}$$

Q2. * Solution particulière constante :

$$u_{c,p} = \frac{2E}{3}$$

* Solution générale de l'équation homogène :

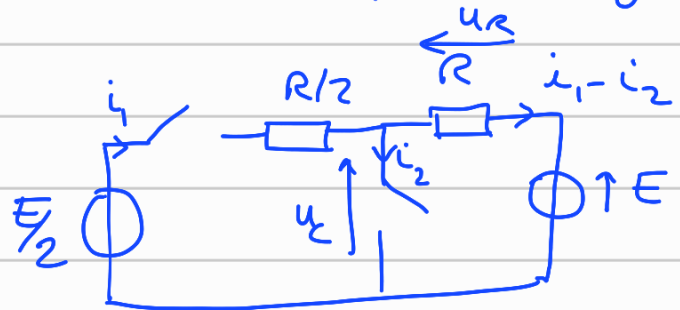
$$u_{c,h} = A e^{-t/\tau} \text{ avec } \tau = \frac{RC}{3}$$

* Solution générale de l'équation complète :

$$u_c(t) = \frac{2E}{3} + A e^{-t/\tau}$$

Q3. À $t=0^-$ le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert (le régime permanent étant atteint depuis longtemps)

Soit à $t=0^-$



$$u_c(0^-) = E + u_R = E + R(i_1 - i_2)$$

$$\text{or } i_1 = i_2 = 0 \Rightarrow u_c(0^-) = E.$$

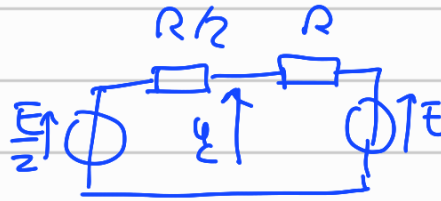
* Par continuité de la tension aux bornes du condensateur : $u_c(0^+) = u_c(0^-) = E$.

Q4. * Détermination de la constante :

$$\frac{2E}{3} + A e^0 = E \Rightarrow A = E - \frac{2E}{3} = E/3$$

$$u_c(t) = \frac{2E}{3} \left(1 + \frac{1}{2} e^{-t/\tau} \right)$$

à $t = +\infty$



$$u_c = E + Ri$$

or $\frac{E}{2} = \left(\frac{R}{2} + R \right) i + E \Rightarrow i = -\frac{E}{2} \cdot \frac{2}{3R} = -\frac{E}{3R}$

$$u_c(\infty) = E - \frac{E}{3} = \frac{2E}{3}$$

$$u_c(t_1) = u_c(\infty) + 0,01 u_c(\infty) \quad \text{car } u_c \text{ est décroissante!}$$

$$\Rightarrow 1,01 \cdot \frac{2E}{3} = \frac{2E}{3} \left(1 + \frac{e^{-t_1/\tau}}{2} \right)$$

$$1,01 = 1 + \frac{e^{-t_1/\tau}}{2}$$

$$0,02 = e^{-t_1/\tau} \Rightarrow t_1 = -\tau \ln 0,02$$

$$\Rightarrow \boxed{t_1 = -\frac{RC}{3} \ln 0,02}$$

AN: $t_1 = \frac{15 \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{3} \ln 0,02 = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ s} = \underline{\underline{2,0 \text{ ms}}}$