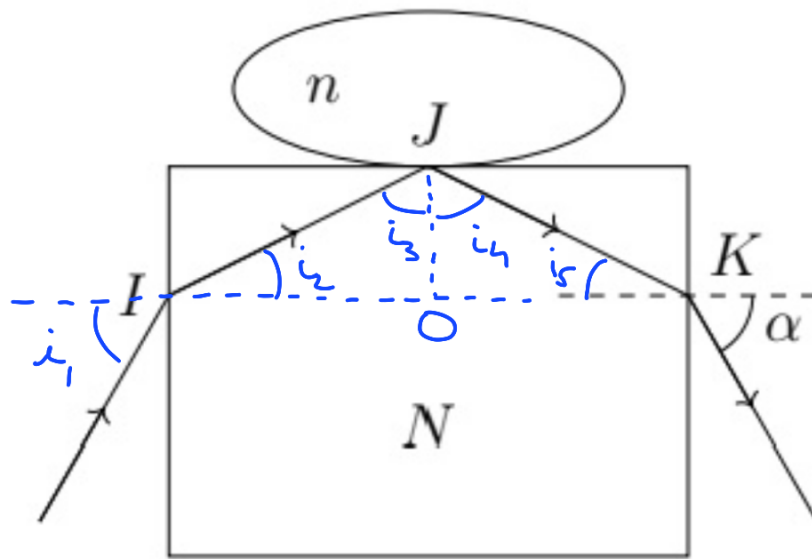


DM 1

Q1.



D'après la relation de Snell - Descartes
en K : $N \sin i_5 = n_{\text{air}} \sin \alpha$

Le triangle OJN étant rectangle en O i_3
et i_5 sont complémentaires donc
 $\sin i_5 = \cos i_3 = \sqrt{1 - \sin^2 i_3}$.

$$\text{D'où } n_{\text{air}} \sin \alpha = N \sqrt{1 - \sin^2 i_3}$$

Comme il y a réflexion totale en J on a
 $N \sin i_3 = n$ avec $i_3 = i_4$ (loi de
la réflexion)

$$\text{D'où } n_{\text{air}} \sin \alpha = N \sqrt{1 - \left(\frac{n}{N}\right)^2} = \sqrt{N^2 - n^2}$$

$$n_{\text{air}}^2 \sin^2 \alpha = N^2 - n^2 \Rightarrow \boxed{n = \sqrt{N^2 - n_{\text{air}}^2 \sin^2 \alpha}}$$

$$\text{AN: } n = \sqrt{1,626^2 - \frac{3}{4}} = \underline{1,3762}$$

Q2 * les valeurs de n mesurables sont celles qui permettent la réflexion totale en J . la condition à imposer à N est $N > n$.

* De plus on veut pouvoir mesurer un rayon émergent juste à la limite de la réflexion totale en J (et pas pour $i_4 > i_{4\text{lim}}$).
Il faut donc que pour $i_{4\text{lim}}$ il n'y ait pas réflexion totale en K donc $i_5 < i_{5\text{lim}}$ tel que $\sin i_{5\text{lim}} = \frac{n_{\text{air}}}{N}$

$$\Rightarrow \sin i_5 < \frac{n_{\text{air}}}{N} \Rightarrow \cos i_4 < \frac{n_{\text{air}}}{N}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - \sin^2 i_4} < \frac{n_{\text{air}}}{N}$$

$$\text{Or lors de la mesure } \sin i_4 = \sin i_{4\text{lim}} = \frac{n}{N}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{n^2}{N^2} < \frac{n_{\text{air}}^2}{N^2} \Rightarrow \frac{n^2}{N^2} > 1 - \frac{n_{\text{air}}^2}{N^2}$$

$$n > \sqrt{N^2 - n_{\text{air}}^2} \quad \underline{n > 1,282}$$

$$\text{Il faut donc } \boxed{1,282 < n < 1,626}$$

Q3. $n_{\text{mes}} = \text{Moyenne des 5 valeurs}$
 $= 1,3754$.

$$u(n) = \frac{\sigma(n)}{\sqrt{5}} = 1,3 \cdot 10^{-3} \quad \left(\begin{array}{l} \text{type A; 2 c.s} \\ \text{avec arrondi} \\ \text{au supérieur} \end{array} \right)$$

D'où le résultat :

$$n = 1,3754 \quad \text{avec} \quad u(n) = 0,0013$$

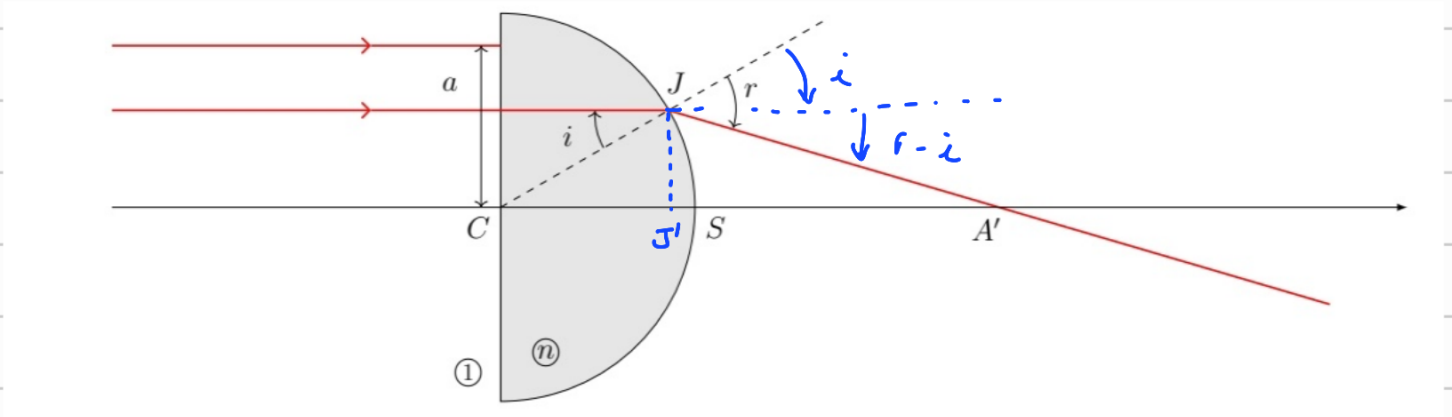
Pour comparer avec la valeur de référence on calcule le z-score :

$$z = \frac{|1,3754 - 1,375|}{0,0013} = 0,31 < 2$$

donc le résultat de la mesure est compatible avec la valeur du fabricant

Exercice 2 :

Q1.



$$CA' = CJ' + J'A'$$

$$\text{avec } CJ' = CJ \cdot \cos i = R \cos i$$

$$\text{et } J'A' = \frac{JJ'}{\tan(r-i)} \quad \text{or } JJ' = R \sin i$$

$$CA' = R \cos i + \frac{R \sin i}{\tan(r-i)}$$

$$CA' = R \left(\cos i + \frac{\sin i}{\tan(r-i)} \right)$$

Q3. Pour les faibles angles ($i < 0,5 \text{ rad}$)

$$\sin i \approx i \quad \text{et} \quad \cos i \approx 1$$

Or d'après la loi de Snell - Descartes appliquée en J on a $n \sin i = n_{\text{air}} \sin r = \sin r$

$$\left. \begin{array}{l} \text{d'où } n \cdot i = \sin r = r \\ \text{On a aussi } \tan(r-i) \approx r-i \end{array} \right\} r-i = i(n-1)$$

$$\text{On obtient } CF' = R \left(1 + \frac{i}{i(n-1)} \right) = R \left(\frac{n-1+1}{n-1} \right)$$

Soit $\boxed{CF' = \frac{nR}{n-1}}$

Q3. D'après la formule des opticiens fournies, pour la lentille demi-boule telle que $R_1 = +\infty$ et $R_2 = -R$ (car convexe), on obtient :

$$\frac{1}{f'} = (n-1) \frac{1}{R} \Rightarrow f' = \frac{R}{n-1}$$

Or f' est définie par $\overline{OF'}$.

avec O centre de la lentille que l'on confond avec S pour une lentille mince d'où $CF' = R + f'$

$$CF' = \frac{R}{n-1} + R = R \left(1 + \frac{1}{n-1} \right) = \frac{nR}{n-1}$$

Ce qui est bien équivalent au résultat de la question 2.

Q4. Au point J le rayon passe du milieu d'indice n à l'air, donc il s'écarte de la normale. Il y a donc un angle limite correspondant à la réflexion totale, défini par :

$$n \sin i_{\text{lm}} = n_{\text{air}} = 1$$

$$\sin i_{\text{lm}} = \frac{1}{n}$$

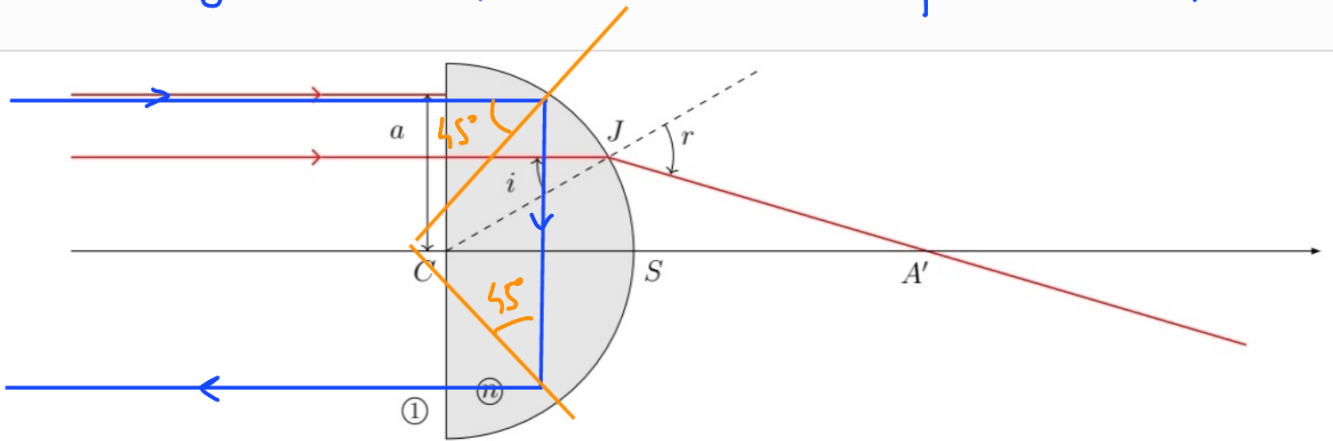
$$\text{or } \sin i_{\text{lm}} = \frac{a_0}{R}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sin i_{\text{lm}} = \frac{1}{n} \\ \sin i_{\text{lm}} = \frac{a_0}{R} \end{array} \right\} \boxed{a_0 = \frac{R}{n}}$$

AN : $a_0 = \frac{5,0}{1,5} = \underline{\underline{3,3 \text{ cm}}}$

Tous les rayons émergent de la lentille si le rayon du faisceau est inférieur à 3,3 cm.

Q5



Il y a réflexion totale pour $\sin i > \frac{1}{n}$ soit $i > 42^\circ$

Or pour que le rayon émergent soit parallèle à l'incident, il faut $i = 45^\circ$, c'est donc bien possible.

On a alors $\boxed{a_p = R \sin 45 = \frac{R}{\sqrt{2}}}$ AN : $a_p = \underline{\underline{3,5 \text{ cm}}}$

